

РАЗРАБОТКА ПО ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ МЕТОДОМ ШТРАФНЫХ ФУНКЦИЙ

Галина Евгеньевна Егорова

Сибирский государственный университет путей сообщения, 630049, Россия, г. Новосибирск, ул. Д. Ковальчук, 191, студент, тел. (953)793-08-03, e-mail: egorova_galya99@list.ru

Татьяна Сергеевна Зайцева

Сибирский государственный университет путей сообщения, 630049, Россия, г. Новосибирск, ул. Д. Ковальчук, 191, студент, тел. (923)155-04-72, e-mail: tzay@yandex.ru

Метод штрафных функций является одним из наиболее популярных и универсальных методов выпуклого программирования и относится к группе не прямых методов решения задач нелинейного программирования. В статье рассматривается алгоритм решения задач методом штрафных функций, приводится пример решения. Дается полное определение понятий, используемых в теоретическом материале метода, а также приводятся примеры его применения. Стоит отметить, что данные методы, широко используются для решения технических и экономических задач. Также они достаточно часто применяются как в теоретических исследованиях, так и при разработке алгоритмов. Результатом работы является разработка программного обеспечения для решения задач методом штрафных функций.

Ключевые слова: метод штрафных функций, допустимая область, нелинейное программирование, штраф.

DEVELOPMENT OF SOFTWARE FOR SOLVING PROBLEMS WITH THE PENALTY FUNCTION METHOD

Galina E. Egorova

Siberian Transport University, 191, Dusi Kovalchuk St., Novosibirsk, 630049, Russia, Student, phone: (953)793-08-03, e-mail: egorova_galya99@list.ru

Tatyana S. Zaitseva

Siberian Transport University, 191, Dusi Kovalchuk St., Novosibirsk, 630049, Russia, Senior Lecturer, phone: (923)155-04-72, e-mail: tzay@yandex.ru

The penalty function method is one of the most popular and universal methods of convex programming and belongs to the group of indirect methods for solving nonlinear programming problems. The article discusses the algorithm for solving problems by the penalty function method, provides an example of a solution. A complete definition of the concepts used in the theoretical material of the method, and examples of its application are also given. It is worth noting that these methods are widely used to solve technical and economic problems. Also they are quite often used both in theoretical research and in the development of algorithms. The result of the work is the development of software for solving problems using the penalty function method.

Key words: penalty function method, admissible domain, nonlinear programming, penalty.

Методы штрафов – это определенный класс алгоритмов для решения задач ограниченной оптимизации. Метод штрафных функций, который будет рассмот-

рен в статье, включает ограничения в целевые функции с помощью переданной функции, которая несет информацию о положении точки и осуществимости. Процедура штрафования состоит в связывании конечного значения, установленного на основе теории нечеткой логики, со степенью нарушения каждого ограничения. Наибольшее количество нарушений каждой точки используется для определения переданного значения функции этой точки. В результате все точки в допустимой области имеют значения от 0 до 1, в то время как неосуществимые больше единицы. Данная тема актуальна сегодня поскольку метод штрафных функций достаточно часто применяется для решения задач нелинейного программирования. Целью исследования является разработка программного обеспечения для решения задач данным методом, которое будет помощником для студентов при изучении дисциплины «Исследование операций и методы оптимизации». С целью решения теоретической задачи были использованы научные методы такие как анализ, синтез и аналогия.

Использование данного метода может быть целесообразно по следующим причинам.

Во-первых, существуют такие задачи, что некоторые из их ограничений не являются «жесткими», то есть ограничения, выполнение которых носит не строго обязательный характер.

Во-вторых, применение штрафных функций позволяет заменить исходную задачу оптимизации со сложной системой ограничений на задачу без них. Это позволяет использовать для численного решения задач методы типа градиентных или покоординатного спуска.

В-третьих, на практике могут возникнуть задачи с несовместными системами ограничений. Применение штрафных функций позволяет получить псевдо (обобщенное) решение.

В-четвертых, метод может быть использован для решения многокритериальных задач.

Рассмотрим пример для решения задачи методом штрафных функций. Предположим, что необходимо минимизировать функцию $\Phi(x)$ на множестве $X = \{x: f_i(x) \geq 0, i = 1, 2, \dots, m\}$ n -мерного пространства. Функция $\Psi(x, \alpha) = 0$, зависящая от x и от числового параметра $\alpha \gg 0$, называется штрафной функцией или штрафом за нарушение ограничений $f_i(x) \geq 0, i = 1, 2, \dots, m$. Эта функция имеет следующие свойства $\Psi(x, \alpha) = 0$, если $x \in X$. Построим функцию $M(x, \alpha) = \Phi(x) + \Psi(x, \alpha)$ и обозначим через $x(\alpha)$ любую точку ее абсолютного глобального минимума. Пусть:

$$\Phi^* = \inf_{x \in X} \Phi(x). \quad (1)$$

Функция $\Psi(x, \alpha)$ выбирается так, что $\Phi(x(\alpha)) \rightarrow \Phi^*$ как $\alpha \rightarrow +\infty$. Функция:

$$\alpha \sum_{i=1}^m |\min \{f_i(x), 0\}|^q, \quad q \geq 1 \quad (2)$$

часто выбирается как $\Psi(x, \alpha)$.

В несколько более общей формулировке метод штрафных функций состоит в сведении задачи минимизации функции $\Phi(x)$ на множестве X к задаче минимизации некоторой параметрической функции $M(x, \alpha)$ на множестве, структура которого проще, с точки зрения эффективности применения численных методов минимизации, чем у X .

Для воплощения вышеизложенных идей на практике было разработано программное обеспечение для решения задач методом штрафных функций. Интерфейс ПО, а также его работа представлена на (рис. 1).

Графическая иллюстрация примера (рис. 2).

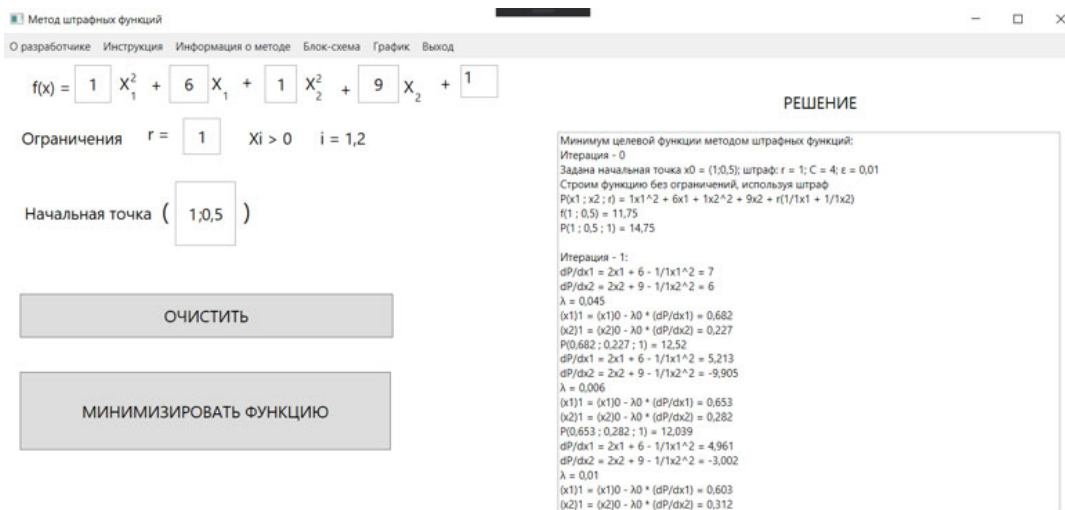


Рис. 1. Интерфейс разработанного ПО

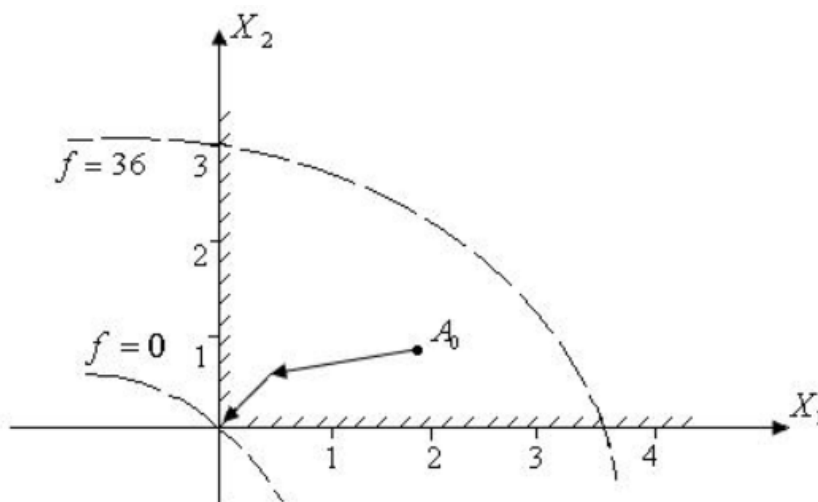


Рис. 2. Графическая иллюстрация примера

Разработанная программа является WPF-приложением, построенным на платформе Microsoft .NET 4.7.2 в IDE Visual Studio 2019: 15.9.17, язык программирования – C#.

В дальнейшем планируется добавление построения графиков, которые будут отображать решение задачи методом штрафных функций, а также усовершенствование программы для решений на общий случай.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Гершкович Ю. Б., Широков К. А. Применение пакета “MATLAB” для решения нелинейных задач оптимизации градиентными методами. – М. : РГУ нефти и газа имени И. М. Губкина, 2009. – 32 с.
2. Гроссман К. Г., Каплан А. А. Нелинейное программирование на основе безусловной минимизации. – Новосибирск : Наука, 1981. – 184 с.
3. Карпова И. С., Саженкова Т. В. О применении некоторых классов штрафных функций в решении нелинейных задач с ограничениями. // Труды молодых ученых АлтГУ. – 2015. – Вып. 12, т. 1. – С. 218–221.
4. Пантелеев А. В., Летова Т. А. Методы оптимизации в примерах и задачах. - М.: Высшая школа, 2005. – 544 с.
5. Полак Б. Т. О скорости сходимости метода штрафных функций, Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1971, том 11, номер 1, 3–11 с.
6. Полак Э. Численные методы оптимизации. – М. : МИР, 1974. – 376 с.
7. Потапов М. М. Методы оптимизации. Конспект лекций. – М. : МГУ им. Ломоносова, 2003. – 78 с.
8. Трифонов А. Г. Постановка задачи оптимизации и численные методы ее решения. – М. : Дело, 2003. – 382 с.
9. Фиакко А., Мак-Кормик А. Г. Нелинейное программирование. Методы последовательной безусловной минимизации: пер. с англ. / под ред. Е. Г. Гольштейна. – М. : МИР, 1972. – 240 с.
10. Кузнецов Ю. А. Применение систем компьютерной математики в задачах оптимального управления экономическими системами. – Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2007. – 98 с.
11. Моисеев Н. Н., Иванилов Ю. П., Столярова Е. М. Методы оптимизации. – М. : Наука, 1978. – 351 с.
12. Нурминский Е. А. Численные методы выпуклой оптимизации. – М. : Наука, 1991. – 168 с.
13. Манита Л. А. Условия оптимальности в конечномерных нелинейных задачах оптимизации : учеб. пособие. – М. : Московский государственный институт электроники и математики, 2010. – 85 с.
14. Реклейтис Г. Оптимизация в технике 1 / Г. Реклейтис, А. Рейвиндран, К. Рэгсел. – М. : Мир, 1986. – 320
15. Харчистов Б. Ф. Методы оптимизации : учеб. пособие. – Таганрог : Изд-во ТРТУ, 2004. – 140 с.
16. Акулич И. Л., Математическое программирование в примерах и задачах. – М. : Высш. шк., 1986.
17. Математические методы принятия решений: учеб. пособие / В. И. Бодров, Т. Я. Лазарева, Ю. Ф. Мартемьянов. – Тамбов : Изд-во Тамб. гос. тех. ун-та, 2004.
18. Вентцель Е. С. Исследование операций. – М. : Советское радио, 1972.
19. Березнев В. А., Карманов В. Г., Третьяков А. А. О сходимости метода штрафных функций при неограниченности множества решений. – М., 2002. – С. 641–652.
20. Васильев Ф. П. Численные методы решения экстремальных задач. – М. : Наука, 1980. – 552 с.

© Г. Е. Егорова, Т. С. Зайцева, 2020