

ОСОБЕННОСТИ СГУЩЕНИЯ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ СЕТЕЙ НА ПРИМЕРЕ СТРОИТЕЛЬСТВА ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО МОСТОВОГО ПЕРЕХОДА ЧЕРЕЗ КЕРЧЕНСКИЙ ПРОЛИВ

Виктор Петрович Голук

ООО «Мостовое бюро», 197198, г. Санкт-Петербург, ул. Яблочкова, 12Ц, ведущий инженер-геодезист, тел. (812)703-36-93, e-mail: bridges-bureau@gpsm.ru

Денис Григорьевич Назаров

ООО «Мостовое бюро», 197198, г. Санкт-Петербург, ул. Яблочкова, 12Ц, начальник отдела инженерной геодезии, тел. (812)703-36-93, e-mail: nazarovdg1916@mail.ru

Геодезическая разбивочная основа при строительстве мостовых сооружений является отчетной основой всех измерительных работ. Зачастую приходится выполнять сгущение геодезической разбивочной основы с соблюдением необходимых точностей возводимых конструкций. В процессе геодезического контроля строительства железнодорожного моста на участке № 3 протока между Тузлинской косой и островом Тузла возникли сложности по выносу проекта в натуру на всех стадиях возведения сооружения, связанного с малой плотностью пунктов геодезической разбивочной основы (ГРО), находящихся в акватории.

На основании вышеизложенного на строительной площадке мостового перехода (рабочий мост РМ-1 – участок №3) геодезической службой ООО «Мостовое Бюро» были выполнены работы по сгущению геодезической разбивочной основы с учетом: четвертый раздел СП 126.13330.2017 «Геодезические работы в строительстве», ГОСТ 21780-2006 «Система обеспечения точности геометрических параметров в строительстве. Расчет точности», СП 46.13330.2012 «Мосты и трубы». Выполнена априорная оценка точности результатов измерений для каждого из методов контроля плано-высотного положения пунктов сгущения.

В статье предлагается комбинированный подход к сгущению геодезической разбивочной основы.

Ключевые слова: априорная оценка точности, геометрическое нивелирование, тригонометрическое нивелирование, метод косвенной трилатерации.

FEATURES OF GEODETIC NETWORKS DENSIFICATION ON THE EXAMPLE OF A RAILWAY BRIDGE CROSSING CONSTRUCTION ACROSS THE KERCHEN STRAIT

Victor P. Goluk

LLC «Bridge Bureau», 12TS, Yablochkova, St.Petersburg, 197198, Leading surveyor, phone: (812)703-36-93, e-mail: bridges-bureau@gpsm.ru

Denis G. Nazarov

LLC «Bridge Bureau», 12TS, Yablochkova, St.Petersburg, 197198, Head of Engineering Geodesy Department, phone: (812)703-36-93, e-mail: bridges-bureau@gpsm.ru, phone: (812)703-36-93, e-mail: nazarovdg1916@mail.ru

The geodetic center base for the construction of bridge structures is the basis of all measurement work. Often it is necessary to carry out the densification of the geodetic center base in compliance with the necessary accuracy of recoverable structures. In the process of geodesic control of the

construction of a railway bridge on Section No. 3 of the channel between Tuzlinsky Spit and Tuzla Island, difficulties arose in bringing the project to life at all stages of the construction of a structure associated with the low density of geodetic center base points located in the aquatic area.

Based on the above the geodesic service of the LLC "Bridge Bureau" carried out work on the concentration of the geodetic center at the construction site of the bridge crossing (the working bridge RM-1 – site No. 3), as well as taking into account: Section 4 of the joint venture 126.13330.2017 "Geodetic works in construction", GOST 21780-2006 "System for ensuring the accuracy of geometrical parameters in construction. Calculation of accuracy", as well as SP 46.13330.2012 "Bridges and pipes." An a priori assessment of the accuracy of the measurement results for each of the methods for monitoring the planning and altitude position of the condensation points was made.

A combined approach to densification of the geodetic center base is suggested.

Key words: theoretical accuracy assessment; geometric leveling; trigonometric leveling, indirect trillation method.

Введение

Транспортный переход через Керченский пролив является крупнейшим из проектов в истории отечественного мостостроения. Крымский мостовой переход – это грандиозное сооружение. В общей сложности его протяженность составляет 19 км, на которых построены автомобильная и железная дороги. Согласно плану, перспективная интенсивность движения по автомагистрали в обоих направлениях составит почти 40 000 автомобилей в сутки. А по железной дороге за такой же промежуток времени пройдут более сотни поездов. Основные технические характеристики мостового перехода представлены далее.

Внеклассный большой мост начинается на Таманском полуострове, пересекает акваторию Керченского пролива и заканчивается на Керченском полуострове. Схема моста – для железной дороги $L_p=212 \times 63 + 220 + 53 \times 63$ М. Длина железнодорожного моста $L=17280,8$ м. Параметры железной дороги: категория железной дороги – II; количество путей – 2; тип мостового полотна – с ездой на балласте; наличие тротуаров – предусматривается два служебных прохода; расчетная нагрузка – С14;

Пролетные строения железнодорожного моста длиной 63 м разрезные, балочные сплошностенчатые, металлические с ортотропной плитой и ездой поверху на балласте индивидуальной проектировки. В поперечном сечении имеют главную балку коробчатого сечения. Высота главной балки – 3,6 м. Пролетное строение железнодорожного моста длиной 220 м выполнено в виде арки с жесткой затяжкой, цельнометаллическое, с ортотропной плитой проезжей части. Подвески – жесткие металлические. Мостовое полотно железнодорожного проезда принято на балласте. Тротуары и убежища служебных проходов железнодорожного проезда выполнены в виде металлического настила, также предусмотрены металлоконструкции коробов для прокладки коммуникаций. Убежища служебных проходов во всех вариантах располагаются в шахматном порядке с шагом по длине до 25 м. Для компенсации температурных перемещений по концам пролетных строений на опорах устраиваются водонепроницаемые деформационные швы модульного типа. Опорные части – шаровые сегментные линейно-подвижные и неподвижные (рис. 1).



Рис. 1. Железнодорожный мостовой переход через Керченский пролив

Постановка задачи

Перед началом строительства мостового перехода протяженностью более 19 км геодезической службой ООО «ГЕОАСПЕКТ» была создана геодезическая разбивочная основа, которая представляет собой пункты ГРО с принудительным центрированием и заложенные с интервалом 250–300 м. Определено их планово-высотное положение с применением традиционных и спутниковых методов. В соответствии с нормативными документами [1, 2], возникла необходимость выполнить сгущение ГРО с последующей математической обработкой результатов геодезических измерений и оценкой точности. Точность построения разбивочной геодезической основы (допустимая погрешность) регламентируется требованиями [3].

Плановое положение пунктов сгущения ГРО. Сравнительная оценка точности триангуляционных и трилатерационных методов

Точность геодезических разбивочных работ должна приниматься в соответствии с требованиями [4] для различных этапов строительства, при этом погрешность геодезических измерений должна быть не более 0,2 величины отклонений [2].

Полевые наблюдения планового положения пунктов ГРО производились комбинированными методами трилатерация и триангуляция с применением точных электронных тахеометров. Необходимо отметить, что в районе водоемов

в приземном слое атмосферы, как правило, образуются местные неоднородные рефракционные поля, обусловленные неравномерным распределением температуры и плотности воздуха [5]. Под влиянием боковой рефракции, как в нашем случае, визирный луч подвергается искажению, что вносит погрешность в результаты угловых измерений и ее полный учет не представляется возможным, поэтому метод триангуляции при определении планового положения пунктов вдоль береговой линии применять нецелесообразно.

Рассмотрим произвольный треугольник ABC (рис. 2). Известно, что если в треугольнике измерено три стороны, то, применив теорему косинусов (1), можно вычислить и соответствующий угол треугольника по формуле (2).

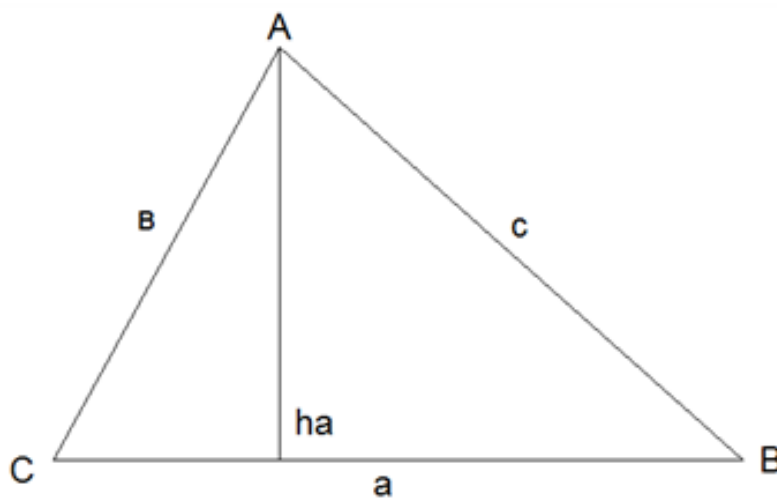


Рис. 2 Произвольный треугольник ABC

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos A; \quad (1)$$

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 \cdot b \cdot c}. \quad (2)$$

Продифференцируем (2) по a , b , c и A [6]:

$$-\sin A dA = -\frac{2a}{2 \cdot b \cdot c} da + \left(\frac{b^2 - c^2 + a^2}{2 \cdot b^2 \cdot c} \right) db + \left(\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2 \cdot b \cdot c^2} \right) dc;$$

$$dA = \frac{a}{b \cdot c \cdot \sin A} \left(da - \left(\frac{b^2 - c^2 + a^2}{2 \cdot a \cdot b} \right) db - \left(\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2 \cdot a \cdot c} \right) dc \right),$$

где

$$h_a = \frac{b \cdot c \cdot \sin A}{a};$$

$$\frac{1}{h_a} = \frac{a}{b \cdot c \cdot \sin A};$$

$$\frac{b^2 - c^2 + a^2}{2 \cdot a \cdot b} = \cos C;$$

$$\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2 \cdot a \cdot c} = \cos B;$$

Тогда $dA = \frac{1}{h_a}(da - \cos Cdb - \cos Bdc)$.

Аналогично выполняем для углов В и С:

$$dB = \frac{1}{h_b}(db - \cos Cda - \cos Adc);$$

$$dC = \frac{1}{h_c}(dc - \cos Adb - \cos Bda).$$

От дифференциалов переходим к поправкам измеренных длин сторон и получаем систему следующих уравнений:

$$\begin{cases} Va = \frac{\rho}{h_a}(Va - \cos C \cdot Vb - \cos B \cdot Vc) \\ Vb = \frac{\rho}{h_b}(Vb - \cos C \cdot Va - \cos A \cdot Vc) \\ Vc = \frac{\rho}{h_c}(Vc - \cos A \cdot Vb - \cos B \cdot Va) \end{cases}$$

От поправок переходим к среднеквадратическим ошибкам углов [7]:

$$\begin{cases} m_A^2 = \frac{\rho}{h_a^2}(m_a^2 + \cos^2 C \cdot m_b^2 + \cos^2 B \cdot m_c^2) \\ m_B^2 = \frac{\rho}{h_b^2}(m_b^2 + \cos^2 C \cdot m_a^2 + \cos^2 A \cdot m_c^2) \\ m_C^2 = \frac{\rho}{h_c^2}(m_c^2 + \cos^2 A \cdot m_b^2 + \cos^2 B \cdot m_a^2) \end{cases}$$

Предположим, что стороны измеряются равноточно, тогда:

$$\begin{cases} m_A^2 = \frac{\rho^2 m_D^2}{h_a^2} (1 + \cos^2 C + \cos^2 B) \\ m_B^2 = \frac{\rho^2 m_D^2}{h_b^2} (1 + \cos^2 C + \cos^2 A) \\ m_C^2 = \frac{\rho^2 m_D^2}{h_c^2} (1 + \cos^2 A + \cos^2 B) \end{cases}$$

Чтобы значение всех углов в треугольнике было вычислено с одинаковой точностью, должны соблюдаться следующие условия:

$$1 + \cos^2 C + \cos^2 B = 1 + \cos^2 C + \cos^2 A = 1 + \cos^2 A + \cos^2 B ; \\ h_a^2 = h_b^2 = h_c^2 .$$

Равенство выполняется при условии, что $a = b = c = D$, то есть треугольник равносторонний ($A = B = C = 60^\circ$), тогда:

$$h_a = h_b = h_c = \frac{3 \cdot D}{\sqrt{2}} .$$

Следовательно, искомая СКП вычисления угла по измеренным сторонам:

$$m_\beta^2 = m_A^2 = m_B^2 = m_C^2 = \frac{4 \cdot \rho^2 \cdot m_D^2}{3 \cdot D^2} (1 + 2 \cdot \cos^2 60) = \frac{2 \cdot \rho^2 \cdot m_D^2}{D^2} .$$

Искомая СКП вычисления угла по измеренным сторонам:

$$m_\beta = \frac{\rho \cdot m_D \cdot \sqrt{2}}{D} , \quad (3)$$

где m_D – СКП измерения стороны;

D – измеряемая сторона;

$\frac{m_D}{D}$ – относительная ошибка стороны;

ρ – коэффициент перехода от угловых величин к линейным (206265).

Проведем априорную оценку погрешности измерения горизонтальных углов по формуле (3) (таблица).

Априорная оценка погрешности измерения горизонтальных углов.

Априорная оценка точности

Расстояние, м	m_d , СКП, мм	m_β , СКО, "
100	2,2	6,4
200	2,4	3,5
300	2,6	2,5
500	3,0	1,8

Допустимые предельные погрешности [1, 2, 4, 7, 8]:

- плановой геодезической основы ± 6 мм;
- высотного положения временных реперов ± 5 мм;
- относительная СКП базисной стороны не менее 1: 100 000;
- относительная СКП определения в наиболее слабом месте 1: 50 000;

Исходя из анализа (3) для сгущения планового положения пунктов ГРО был выбран метод трилатерации.

Полевой этап работ.

Особенности работы при закреплении знаков пленочными отражателями

В настоящее время для закрепления пунктов плановой геодезической разбивочной сети в условиях плотной застройки широко применяются отражательные пленки ОП. Вместе с тем, закрепление пунктов сети отражательными пленками определяет некоторые особенности выполнения геодезических работ.

Одна из особенностей заключается в том, что при измерениях на отражательные пленки в большинстве случаев не соблюдается условие перпендикулярности луча к поверхности отражателя. Это вызвано тем, что отражательные пленки, как правило, непосредственно наклеиваются на боковые поверхности окружающих зданий и сооружений, таким образом, они ориентированы только в одном направлении. Но, учитывая многообразие геодезических работ на строительной площадке, данный способ закрепления пунктов плановой геодезической разбивочной сети не представляется возможным.

Практика работ показывает, что линейные измерения на отражательные пленки возможны только, если измеряемое расстояние и угол падения луча не превышают предельных значений. Проблема заключается в том, что данные отражательные характеристики (предельный угол падения $\beta_{пр}$, и предельная дальность измерений $S_{пр}$) указываются производителями геодезического оборудования ориентировочно. Так, известно, что предельная дальность измерений зависит от размера отражателя и для большинства современных тахеометров составляет 250–300 м (на ОП50, где цифрами обозначается размер стороны отражательной пленки в мм), для тахеометров более ранних серий – 100–150 м. Предельный угол падения луча составляет около 30° . Подробный анализ приведен в работах [9,10].

Плановые измерения

Перед началом полевых работ производилась рекогносцировка на Участке № 3, определялись места закладки марок ОП-50. Намечался порядок производства геодезических работ.

Линейные измерения выполнялись точным электронным тахеометром SET230RK3, с погрешностью измерений длин сторон $m_D = 2 \text{ мм} + 2D \text{ км}$. Схема пунктов ГРО представлена на рис. 3.

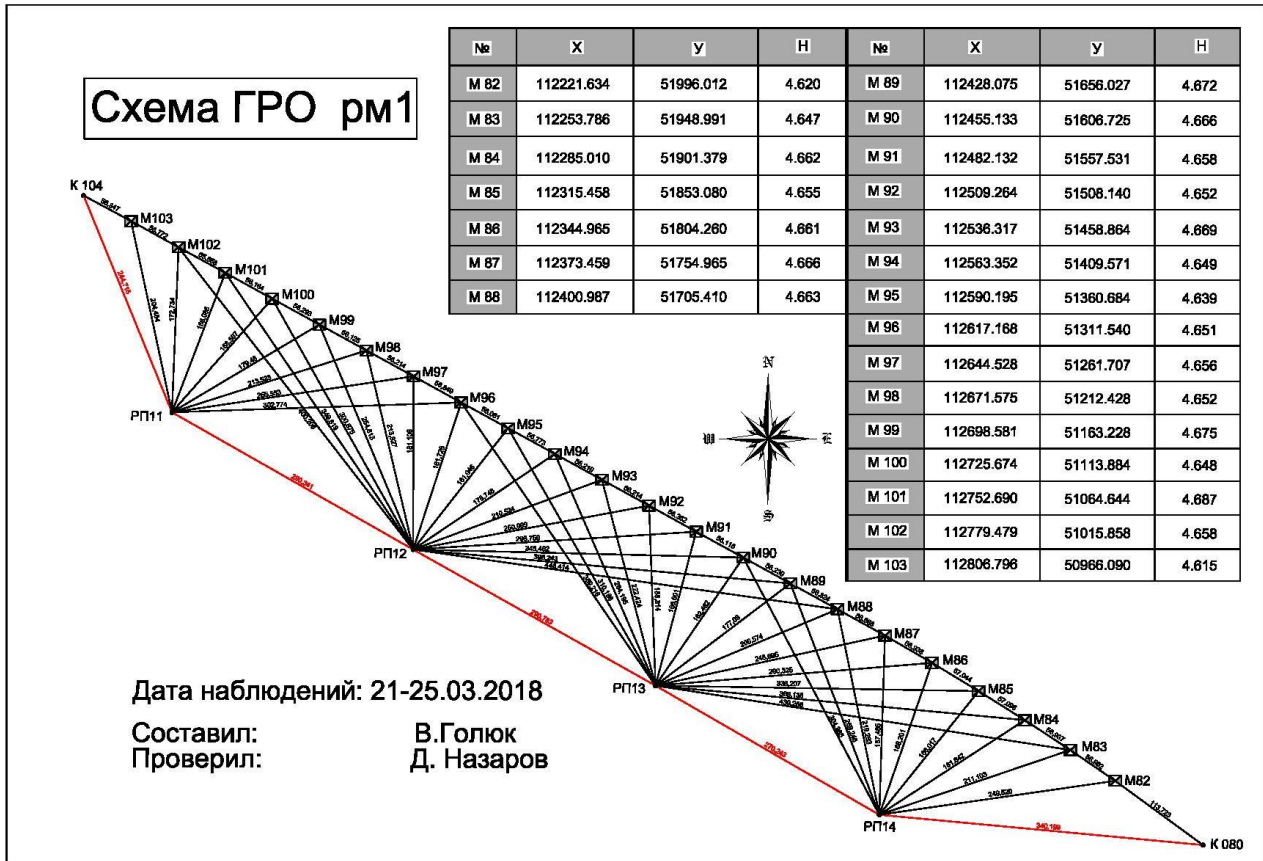


Рис. 3. Схема пунктов ГРО

Полевые измерения производились на пленочные отражатели тремя приемами и при двух кругах [11, 12]. В некоторых случаях из-за неблагоприятной схемы расположения пунктов недоступные длины сторон определялись по теореме косинусов с использованием встроенного программного обеспечения электронного тахеометра. При этом измерения выполнялись многократно с различных стоянок прибора. Перед измерением сторон в электронный тахеометр вводились поправки за температуру и давление.

Предварительный расчет точности планового положения

Ступение сети произведено методом косвенной трилатерации (использована программа электронного тахеометра «Определение недоступного расстояния»). Уравнивание линейных измерений было выполнено по методу наименьших квадратов с опиранием на 6 исходных пунктов. Среднеквадратические погрешности СКП определения координат пунктов плановой геодезической основы не превысили допустимой величины 6 мм.

Рассмотрим точность сети, построенной с реализацией приведенных исходных данных. В основу расчета точности положим следующие значения СКП измерений:

- СКП измерения угла $m_\beta = 2''$;
- СКП измерения линии $m_D = 2 \text{ мм} \cdot 2D \text{ км}$;
- СКП измерения при расстояниях до 250 м: $m_D = 2,5\sqrt{2} \text{ мм} = 3,5 \text{ мм}$;

В процессе камеральной обработки в измеренные стороны вводились поправки [13–19]:

- за приведение линии к уровню моря:

$$\Delta H = -\frac{H_{cp}}{R_{зем}} D; \quad (4)$$

- за редуцирование на плоскость в проекции Гаусса

$$\Delta H = \frac{y^2}{2R_{зем}^2} D, \quad (5)$$

где R – радиус Земли 6371 км.;

D – измеренная сторона км.

Уравнивание сети ГРО выполнено строгим математическим методом (методом максимального правдоподобия) [8, 14, 15] с наложением условия: $[PV^2] = \min$. По программе NV, разработанной на кафедре ПГУПС профессором Коугия В.А., в качестве исходных пунктов были приняты РП14, РП113, РП12, РП11, К80, К104, которые по материалам полевых наблюдений менее всего подвержены сезонным колебаниям.

Исходя из априорной оценки точности (таблица 1), погрешность определения горизонтальных углов составляет 1,8–3,5". При этом необходимо измерять углы точными геодезическими приборами, большим числом приемов в утренние или вечерние часы, что ведет к значительной потере времени.

Использование метода трилатерации через водное препятствие позволяет оперативно и без потери точности решить поставленную задачу. По материалам уравнивания погрешности пунктов ГРО не превысили допуск ± 3 мм в плане [2, 4].

**Высотное положение пунктов сгущения ГРО.
Предварительный расчет точности геометрического
нивелирования выполненного по программе III класса**

На основании критерия Райта-Шовене [2]:

$$\delta = tm, \quad (6)$$

где t – величина равная 2; 2,5; 3, указанная при разработке проекта производства геодезических работ (в нашем случае 2,5);

m – среднеквадратическая погрешность СКП;

Получим среднеквадратическую погрешность [20]:

$$f = 10\sqrt{1,2} = 11 \text{ мм}, \quad (7)$$

$$m = \frac{\Delta_{пред}}{\tau} \sqrt{1,2} = 4,4 \text{ мм}, \quad (8)$$

где D – длина хода в километрах 1200 м;

$\Delta_{пред}$ – предельное отклонение.

**Предварительный расчет точности
тригонометрического нивелирования**

Рассмотрим метод тригонометрического нивелирования. При односторонних измерениях превышение вычисляют по формуле:

$$h = D \cdot ctg(Z) + i + f - l, \quad (9)$$

где D – горизонтальное проложение;

Z – зенитное расстояние;

$f = \frac{(1-k)}{2R} D^2$ – поправка за кривизну земли и рефракцию;

R – средний радиус Земли (6371 км);

k – коэффициент рефракции (0,13 – 0,14);

i – высота инструмента;

l – высота визирной цели.

Рассмотрим источники погрешности тригонометрического нивелирования на основании принципа равных влияний с учетом кривизны Земли и рефракции [6]:

$$m_h = \sqrt{\left(\frac{\partial h}{\partial D}\right)^2 m^2 d + \left(\frac{\partial h}{\partial z}\right)^2 \frac{m^2 z}{\rho^2} + \left(\frac{\partial h}{\partial k}\right)^2 m^2 k + \left(\frac{\partial h}{\partial i}\right)^2 m^2 i + \left(\frac{\partial h}{\partial l}\right)^2 m^2 l}, \quad (10)$$

где m_d – СКО измерения расстояния;

m_z – СКО измерения зенитного расстояния;

m_K – СКО определения коэффициента рефракции;

m_i и m_v – СКО измерения высоты инструмента и визирной цели;

$\rho = 206265$ – коэффициент перехода от угловых величин к линейным (модуль сопряжения).

Получим формулу априорной оценки тригонометрического нивелирования с учетом кривизны земли и рефракции [6]:

$$m_h = \sqrt{(m_D \operatorname{ctg} z)^2 + \left(\frac{m_z D}{\rho \sin^2 z}\right)^2 + \left(\frac{m_K D^2}{2R \sin^2 z}\right)^2 + m_i^2 + m_v^2}. \quad (11)$$

Примем, что измерения проводятся электронным тахеометром SET230 $m_D = 2$ мм, $m_z = 2''$, $m_K = 0,05''$, $Z = 70^\circ$, $D = 100$ м, $m_i = 1$ мм, $m_v = 1$ мм. Тогда для принятых значений получим $m_h = \frac{1,5}{\sqrt{2}} = 1,1$ мм.

Рассмотрим источники погрешности тригонометрического нивелирования на основании принципа равных влияний без учета кривизны Земли и рефракции с вышеуказанными исходными данными

$$m_h = \sqrt{(m_D \operatorname{ctg} z)^2 + \left(\frac{m_z D}{2R \sin^2 z}\right)^2 + m_i^2 + m_v^2} = \frac{1,9}{\sqrt{2}} = 1,3 \text{ мм}. \quad (12)$$

Составляющая ошибки тригонометрического нивелирования по точности определения коэффициента рефракции пропорциональна квадрату расстояния. Поэтому влияние правильности определения коэффициента рефракции на точность тригонометрического нивелирования значительно возрастает с увеличением расстояний.

Заключение

Предложенная в статье методика сгущения геодезической разбивочной основы при строительстве железнодорожной части Керченского мостового перехода сочетает в себе комбинированный подход.

Выполнена априорная оценка погрешности применения метода трилатерации, а также косвенной трилатерации по сравнению с методом триангуляции. В методе триангуляции необходимо измерять углы высокоточными геодезическими приборами, большим числом приемов в утренние или вечерние часы, что ведет к значительной потере времени. Использование метода трилатерации через водное препятствие позволяет оперативно и без потери точности решить поставленную задачу.

Проверка положения постоянных и временных реперов (расположенных на монтажном горизонте) выполнялась так же комбинированным методом геометрического и тригонометрического нивелирования. Выполнено сравнение погрешности применяемых методов, предложена методика передачи отметок на монтажный горизонт.

По результатам полевых измерений получены откорректированные высоты контрольных точек, крайних блоков металлоконструкции пролетного строения русловой части моста. Выполнена увязка высотной составляющей на разных берегах, и на основании полученных данных проектной организацией были выполнены расчеты и внесены изменения для дальнейшего успешного соединения русловых частей мостового перехода на участке №3.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. ООО «ГЕОАСПЕКТ» Проект производства геодезических работ ППГР «Строительство мостового перехода через Керченский пролив». М 2017. – С. 47–52.
2. СП126.13330.2017 Издание официальное. Геодезические работы в строительстве. М., 2017. – 6 с.
3. ГОСТ 21778-81 Издание официальное. Система обеспечения точности геометрических параметров в строительстве. Основные положения. М 1981. – С. 2–6.
4. СП46.13330.2012 Издание официальное. Мосты и трубы. М. 2012г. – С. 3–7.
5. Коугия В.А., Грузинов В.В., Малковский О.Н., Петров В.Д.. Геодезические работы при строительстве мостов – М.: Недра, 1986. – 248 с.
6. Машимов, М. М. Уравнение геодезических сетей М.: ВИА, 1973. – С 53–57.
7. Кожухов И.Б., Прокофьев А.А. Универсальный справочник по математике– М. Лист Нью, 2003. – С. 423–424.
8. В.А. Коугия Избранные труды СПб.: ПГУПС, 2012. – С. 378–410.
9. Афонин Д.А. Построение геодезической разбивочной сети, закрепляемой пленочными отражателями // Записки Горного института. – Т.199. – С. 122–127.
10. Афонин Д.А. Контроль стабильности пунктов геодезической сети при геодезическом контроле деформаций инженерных сооружений // Геодезия и картография. СПб., 2013 №5. – С. 6–11.
11. Красовский Ф.Н., Данилов В.В. Руководство по высшей геодезии Часть I вып.2 М.: Ред.бюро ГУГК при СНК СССР, 1939. – 412 с.
12. СП 11-104-97 Издание официальное. Инженерно геодезические изыскания для строительства. М. 1997. – С. 17–34.
13. Пособие по производству геодезических работ в строительстве (к СНиП 3.01.03.-84), М. 1985. – С. 22–23.
14. Гайдаев П.А. Математическая обработка геодезических сетей М.: Недра, 1977. – 115 с.
15. ПНСТ 328-2018 Дороги автомобильные общего пользования. Геодезические сети для проектирования и строительства. Технические требования. М., 2018. – С. 8–11.
16. Зайцев А.К. Трилатерация. М.: Недра, 1985. – С. 47–184.
17. Ермаков В.С. Геодезическое обеспечение строительства и эксплуатации мостовых и воднотранспортных сооружений. СПб.: СПбГТУ, 2001. – С. 157–217.
18. Баландин В.Н., Брынь М.Я., Меньшиков И.В., Фирсов Ю.Г. Влияние плоских прямоугольных координат, сближение меридианов и масштаба проекции Гауса в 6-ти градусной зоне по геодезическим координатам // Геодезия и картография. СПб., 2014 №5. –С. 11–13.

19. Баландин В.Н., Брынъ М.Я., Меньшиков И.В., Фирсов Ю.Г. К вопросу вычисления геодезической высоты по пространственным прямоугольным координатам // Геодезия и картография. СПб., 2012 №1. – С. 2–4.

20. ГКИНП (ГНТА)-03-010-03 Инструкция по нивелированию I, II, III, IV классов, М., ЦНИИГАиК, 2004. – 120 с.

© В. П. Голюк, Д. Г. Назаров, 2020