

КОНСТРУКТИВНАЯ ТЕОРИЯ ФОРМИРОВАНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ ОБЪЕКТОВ В ЧАСТИЧНО-КОГЕРЕНТНОМ СВЕТЕ

Юрий Васильевич Чугуй

Конструкторско-технологический институт научного приборостроения СО РАН, 630058, Россия, г. Новосибирск, ул. Русская, 41, доктор технических наук, профессор, научный руководитель; Новосибирский национальный исследовательский государственный университет, 630090, Россия, г. Новосибирск, ул. Пирогова, 2, профессор; Новосибирский государственный технический университет, 630073, Россия, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20, профессор, тел. (383)306-61-93, e-mail: chugui@tdisie.nsc.ru

Разработана конструктивная (приближенная) теория формирования изображений одномерных бинарных объектов в частично-когерентной проекционной дифракционно-ограниченной системе при произвольном соотношении угловых размеров источника света и апертурной диафрагмы. Показано, что для таких объектов решение двумерной задачи сводится к одномерной: к вычислению интеграла в виде свертки объекта с обобщенным импульсным откликом с последующим нелинейным преобразованием. Установлено, что профиль изображений, сформированных в частично-когерентном свете, определяется пороговой характеристикой системы, обеспечивающей достоверное нахождение положения границ бинарных объектов. Предложена аппроксимация этой характеристики. Теория допускает простую физическую интерпретацию явлений в частично-когерентных проекционных системах.

Ключевые слова: формирование изображений, интенсивность, частично-когерентный свет, дифракция света, пространственная фильтрация, граница объекта.

CONSTRUCTIVE THEORY OF IMAGE FORMATION FOR OBJECTS IN PARTIALLY COHERENT LIGHT

Yuri V. Chugui

Technological Design Institute of Scientific Instrument Engineering SB RAS, 41, Russkaya St., Novosibirsk, 630058, Russia, D. Sc., Professor, Scientific Adviser; Novosibirsk National Research State University, 2, Pirogova St., Novosibirsk, 630073, Russia, Professor; Novosibirsk State Technical University, 20, Prospect K. Marx St., Novosibirsk, 630073, Russia, Professor, phone: (383)306-61-93, e-mail: chugui@tdisie.nsc.ru

The constructive (approximate) theory of image formation for one-dimensional binary objects by a partially coherent projective diffraction-limited system at any ratio of the angular sizes of a light source and an aperture diaphragm is developed. For such objects the solution of a two-dimensional task can be consolidated to one-dimensional: to calculation of integral in the form of convolution of an object with the generalized pulse response with the subsequent nonlinear transformation. It is shown that the profile of the images created in partially coherent light is defined by the threshold system performance providing reliable finding of edge position of binary objects. Approximation of this characteristic is proposed. The theory allows simple physical interpretation of the phenomena in partially coherent projective systems.

Key words: image formation, intensity, partially coherent light, light diffraction, spatial filtration, object edge.

Введение

В последние годы в практике оптического приборостроения при разработке проекционных систем все чаще используют частично-когерентные осветители на основе светодиодов. Такие осветители, в отличие от когерентных на базе лазеров, обеспечивают высокую степень однородности освещающего из пучка [1]. Достигается это благодаря тому, что вместо точечного источника (случай лазера) мы имеем дело с протяженным источником, излучающим некогерентный квазимонохроматический свет в пределах малой площадки (несколько мм²). Такой источник света можно рассматривать как совокупность несфазированных между собой элементарных источников (атомов), излучающих свет случайным образом. Благодаря операции усреднения волн от таких источников удается эффективно подавить когерентные шумы (спекл-шумы).

Существующая теория формирования изображений объектов в частично-когерентном свете представляется сложной для практических применений. Так, для двумерных (2D) объектов она сводится к вычислению четырехмерных интегралов, а для одномерных объектов (1D) – двумерных [2–11]. Поэтому для упрощения вычислений при расчете полей в частично-когерентной проекционной системе часто используют известные результаты, полученные для двух типов оптических систем: абсолютно когерентных с точечным источником света и абсолютно некогерентных на базе источников бесконечной протяженности. Однако использование этих двух подходов при описании преобразований волновых фронтов в частично-когерентной системе может приводить к некорректным результатам, особенно в случае прецизионного размерного контроля объектов в проходящем свете теневым методом [12].

В работах [12, 13] рассмотрены вопросы выбора уровней порогов при определении границ объектов в их изображениях с учетом угловых размеров источника и апертурной диафрагмы проекционной системы. Полученные корректирующие добавки справедливы лишь для случаев: малых и больших угловых размеров источника по сравнению с угловыми размерами апертуры проекционного объектива.

Цель настоящей работы заключалась в разработке конструктивной (приближенной) теории формирования изображений 1D бинарных объектов в частично-когерентной дифракционно-ограниченной проекционной системе, справедливой при произвольном соотношении угловых размеров источника света и апертурной диафрагмы. Согласно этой теории решение двумерной задачи для таких объектов сводится к вычислению одномерных интегралов типа свертки с последующим их нелинейным преобразованием. Такая теория допускает простую интерпретацию физических явлений в оптических частично-когерентных проекционных системах.

Традиционная теория формирования изображений объектов в частично-когерентном свете

Обратимся к типичной проецирующей системе $4F$, схема которой показана на рис. 1.

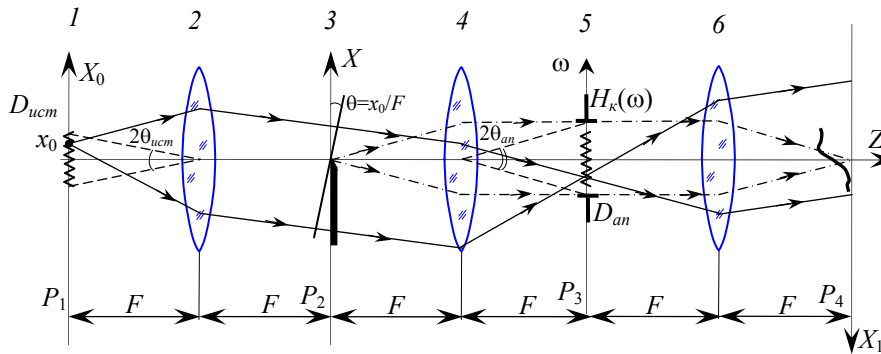


Рис. 1. Схема частично-когерентной оптической системы формирования изображений объектов:

1 – протяженный некогерентный источник света с угловыми размерами $2\theta_{уст}$; 2 – коллиматор; 3 – объект; 4 и 6 – проекционные объективы; 5 – апертурная диафрагма с угловыми размерами $2\theta_{ан} \geq 2\theta_{уст}$

Система состоит из двух блоков – осветительного и проекционного. Первый из них включает квазимонохроматический источник света 1 со средней длиной волны λ и с линейными размерами $D_{уст}$ (плоскость P_1), а также коллиматор 2 . В состав проекционного блока входят объективы 4 и 6 (для упрощения дальнейших вычислений фокусные расстояния элементов 1 , 4 и 6 выбраны одинаковыми и равными F). Исходный объект располагается в передней фокальной плоскости P_2 объектива 4 . В его задней фокальной плоскости P_3 находится апертурная диафрагма 5 с угловыми размерами $2\theta_{ан} = D_{ан}/F$, где $D_{ан}$ – диаметр диафрагмы ($2\theta_{ан} \ll 1$). Эта плоскость сопряжена с плоскостью источника P_1 . В случае, когда угловые размеры источника малы: $2\theta_{уст} = D_{уст}/F \ll 2\theta_{ан}$, считается [2], что имеет место когерентное освещение объекта. Если же угловые размеры протяженного источника много больше угловых размеров апертурной диафрагмы ($2\theta_{уст} \gg 2\theta_{ан}$), то оптическая система относится к классу некогерентных. В промежуточном случае, когда $0 < 2\theta_{уст} < 2\theta_{ан}$, система считается частично-когерентной [14–18].

Найдем далее распределение интенсивности света $I_{ч.к.}(x_1)$ в плоскости P_4 при размещении на входе проекционной системы в плоскости P_2 объекта с амплитудным пропусканием $f(x)$, освещенного протяженным однородным источником света 1 с размерами $D_{уст}$ и энергетической светимостью S . С этой целью разобьем протяженный источник на совокупность точечных источников с раз-

мерами Δx_0 . Для начала выделим один точечный источник с координатой x_0 и рассмотрим элементарный отклик всей системы. Видно, что сферическая волна от точечного источника коллиматором, отстоящим на расстоянии F от источника I , преобразуется в плоскую наклонную волну с амплитудой, равной $\sqrt{I_0} \cdot e^{-\frac{j k x_0 x}{F}} \Delta x_0 = \sqrt{I_0} \cdot e^{-j u x} \Delta x_0$ ($u = k \theta$, $\theta = x_0/F$, $k = 2\pi/\lambda$), где I_0 – интенсивность света точечного источника в плоскости P_2 , определяемая светимостью S протяженного источника и геометрией осветительного блока.

Указанная волна далее модулируется объектом с амплитудным пропусканием $f(x)$, размер которого вдоль оси x ограничен входным полем зрения системы. С помощью проецирующей системы с угловой апертурой $2\theta_{an}$ в плоскости P_4 формируется изображение объекта в виде элементарного выходного амплитудного распределения $\Delta g(x_1, u)$:

$$\Delta g(x_1, u) = g(x_1, u) \Delta u = \left[\sqrt{I_0} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) e^{-j u x} \frac{\sin[\omega_{an}(x_1 - x)]}{\pi(x_1 - x)} dx \right] \Delta u,$$

где $\Delta u = k \Delta x_0 / F$.

При нахождении распределения интенсивности света в изображении объекта учтем, что точечные источники некогерентны между собой (несинфазны), а это означает, что суммирование по ним нужно производить не по амплитуде, а по интенсивности $|g(x_1, u)|^2$, причем пределы суммирования определяются угловыми размерами источника $2\theta_{ucm}$ [2]:

$$I_{ч.к}(x_1) = I_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x_1 - \xi) f^*(x_1 - \eta) \frac{\sin(\omega_{an}\xi)}{\pi\xi} \frac{\sin(\omega_{an}\eta)}{\pi\eta} \frac{\sin[\omega_{ucm}(\xi - \eta)]}{\omega_{ucm}(\xi - \eta)} d\xi d\eta. \quad (1)$$

Видно, что действие протяженного некогерентного источника сводится к появлению члена $t(\xi - \eta) = \frac{\sin[\omega_{ucm}(\xi - \eta)]}{\omega_{ucm}(\xi - \eta)}$, который определяет когерентные свойства оптической системы. Действительно, в случае точечного источника света, когда $\omega_{ucm} \ll \omega_{an}$, причем $\omega_{ucm} \rightarrow 0$, этот член стремится к единице, и таким образом получается известное выражение для распределения интенсивности света в изображении объекта при освещении его абсолютно когерентным пучком света [2]:

$$I_k(x_1) = I_0 \left| \int_{-\infty}^{+\infty} f(x_1 - x) h_k(x) dx \right|^2 = I_0 \left| \int_{-\infty}^{+\infty} f(x_1 - x) \frac{\sin(\omega_{an}x)}{\pi x} dx \right|^2, \quad (2)$$

где $h_k(x) = \frac{\sin(\omega_{an}x)}{\pi x}$ – импульсный отклик когерентно-оптической системы.

В другом предельном случае, когда угловые размеры источника много больше угловых размеров апертуры ($2\theta_{ucm} \gg 2\theta_{an}$), функция $t(\xi - \eta)$ стремится к дельта-функции $\pi\delta(\xi - \eta)$. При этом действующий размер источника в оптической системе определяется угловыми размерами апертурной диафрагмы 5, которая пропускает изображение источника в плоскости P_3 лишь в пределах ее апертуры: $2\omega_{ucm} = 2\omega_{an}$. В результате преобразование полей согласно (1) осуществляется по интенсивности, что характерно для абсолютно некогерентных систем:

$$I_{нк}(x_1) = I_0 \left| \int_{-\infty}^{+\infty} f(x_1 - x) h_{нк}(x) dx \right|^2 = I_0 \int_{-\infty}^{+\infty} |f(x_1 - x)|^2 \frac{\sin^2(\omega_{an}x)}{\pi\omega_{an}x^2} d\xi, \quad (3)$$

где $h_{нк}(x) = \frac{\sin^2(\omega_{an}x)}{\pi\omega_{an}x^2}$ – импульсный отклик некогерентной оптической системы,

а I_0 – интенсивность освещающего объект пучка в плоскости P_2 , определяемая согласно вышесказанному угловым размером апертурной диафрагмы $2\theta_{an}$.

При дальнейшем рассмотрении ограничимся классом одномерных бинарных объектов применительно к их размерному контролю. В этот класс попадают многие объекты с четкой теневой проекцией. Функция пропускания таких объектов принимает два значения: 1 и 0. Выберем далее конкретно в качестве объекта $f(x)$ резкий прямолинейный край (полуплоскость) – типичный фрагмент многих тел с четкой теневой проекцией. Его амплитудное пропускание, как известно, описывается ступенчатой функцией Хэвисайда $f(x) = Y(x)$ [19]. Графики поведения интенсивностей света в изображении этого объекта в когерентном и некогерентном случаях приведены на рис. 2, а и б. Видно, что графики заметно отличаются друг от друга. Так, значения интенсивностей света в изображении объекта в точке $x_1 = 0$, соответствующей границе полуплоскости (геометрический край объекта), для абсолютно когерентного и некогерентного случаев равны соответственно: $I_{к}(0) = 0,25I_0$ и $I_{нк}(0) = 0,5I_0$. Этот важный результат положен в основу определения положения границы объекта пороговым методом [20], при котором в качестве порогов в когерентных и некогерентных системах выбирают значения интенсивностей соответственно $I_{пор}^{(1)} = 0,25I_0$ и $I_{пор}^{(2)} = 0,5I_0$. В частично-когерентном случае порог принимает промежуточное значение: $0,25I_0 \leq I_{пор} \leq 0,5I_0$ (рис. 2, в).

Для практических применений, например, при прецизионном контроле размеров объектов, крайне важно иметь в аналитическом виде зависимость $\tilde{I}_{пор}$ от фундаментального параметра системы $\mu = 2\theta_{ucm} / 2\theta_{an}$, равного отношению угловых размеров источника к апертурной диафрагме, т. е. $\tilde{I}_{пор}(\mu)$ (эту функцию будем называть далее пороговой).

Исходя из изложенного, возникает вполне естественный вопрос: а нельзя ли заметно упростить описание волновых преобразований в частично-когерентных системах.

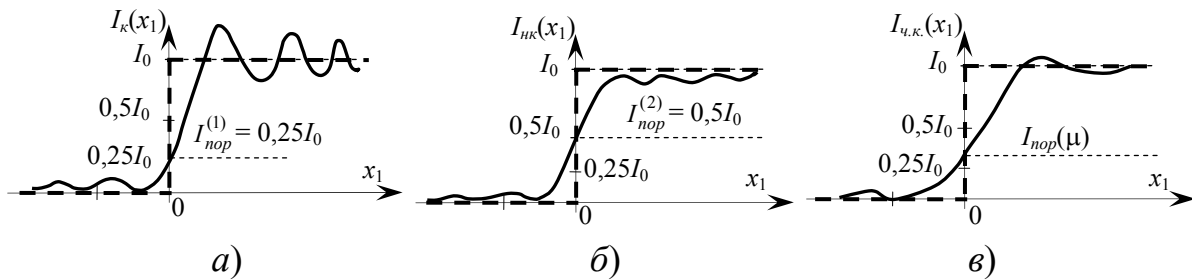


Рис. 2. Профиль интенсивности света в изображении полуплоскости для оптических систем с различной степенью когерентности: абсолютно когерентной (а), абсолютно некогерентной (б) и частично-когерентной (в)

Конструктивный подход к формированию изображений в частично-когерентном свете

Решение будем искать для 1D бинарных объектов в классе одномерных интегралов типа свертки (вместо двумерных согласно (1)), причем интегралов такого вида, которые допускали бы достаточно наглядную физическую интерпретацию происходящих в системе явлений. При замене двумерного интеграла одномерным сначала «сконструируем» подынтегральное выражение таким образом, чтобы оно отражало в самом общем виде частично-когерентные процессы в системе. А затем полученное распределение подвергнем нелинейному преобразованию. Степень нелинейности этого интеграла будем выбирать в зависимости от параметра $\mu = \theta_{исм} / \theta_{ан}$, характеризующего когерентные свойства всей системы в целом (осветительный + проекционный блоки).

Прежде чем конструировать подынтегральное выражение обратим внимание, что передаточные функции когерентной системы $H_k(\omega)$ и некогерентной системы $H_{нк}(\omega) = \mathfrak{F} \left\{ |h(x)|^2 / \omega_{ан} \right\}$, определяющие характер фильтрации пространственных частот объекта $f(x)$, как известно [18], имеют принципиально разный вид ($\mathfrak{F} \{ \cdot \}$ – оператор прямого преобразования Фурье). В то время как $H_k(\omega)$ описывается, как уже отмечалось, прямоугольной функцией, профиль $H_{нк}(\omega)$ имеет треугольный вид: $H_{нк}(\omega) = \Lambda(\omega) = \frac{1}{2\omega_{ан}} \left[\text{rect} \left(\frac{\omega}{2\omega_{ан}} \right) \otimes \text{rect} \left(\frac{\omega}{2\omega_{ан}} \right) \right]$, где $\Lambda(\omega)$ – треугольная функция [18]. Графики поведения функций $H_k(\omega)$ и $H_{нк}(\omega)$ для двух типов систем приведены на рис. 3.

Выберем далее подынтегральное выражение искомого одномерного интеграла в виде свертки $g_{об}(x)$ объекта $f(x)$ с некоторым обобщенным импульсным

откликом $h_{об}(x)$, фурье-спектр $H_{об}(\omega)$ которого («передаточная функция») имеет промежуточный вид между $H_{к}(\omega)$ и $H_{нк}(\omega)$, а именно: в виде трапецеидальной функции, получаемой при свертке двух прямоугольных импульсов разной ширины (рис. 3).

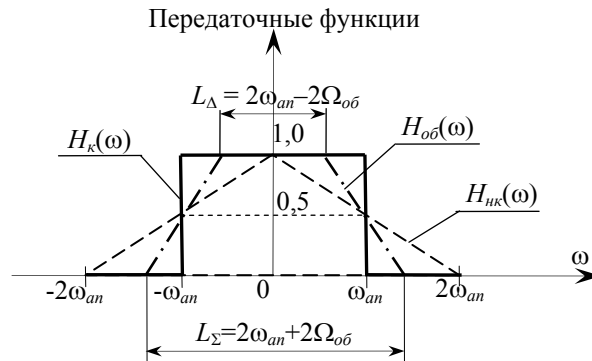


Рис. 3. Передаточные функции $H_{к}(\omega)$ и $H_{нк}(\omega)$ для абсолютно когерентной и абсолютно некогерентной оптических систем

На рис. 3 также приведен график обобщенной передаточной функции $H_{об}(\omega)$, характеризующей частично-когерентные свойства системы в зависимости от параметров $2\omega_{ан}$ и $2\Omega_{об} = 2\omega_{уст} \omega_{ан} / (\omega_{уст} + \omega_{ан})$.

С учетом вышесказанного представим распределение $I_{ч.к.}(x_1)$ (формула (1)) в следующем альтернативном виде:

$$\begin{aligned} \hat{I}_{ч.к.}(x_1) &= I_0 [g_{об}(x_1)]^{2-\gamma_{нк}(\mu)} = I_0 \left[\int_{-\infty}^{+\infty} f(x_1 - x) h_{об}(x) dx \right]^{2-\gamma_{нк}(\mu)} = \\ &= I_0 \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} f(x_1 - x) \frac{\sin(\omega_{ан}x)}{\pi x} \frac{\sin(\Omega_{об}x)}{\Omega_{об}x} dx \right\}^{2-\gamma_{нк}(\mu)}, \end{aligned} \quad (4)$$

где $h_{об}(x) = \frac{\sin(\omega_{ан}x)}{\pi x} \frac{\sin(\Omega_{об}x)}{\Omega_{об}x}$. Выберем далее параметр $\Omega_{об}$, который далее будем называть обобщенным угловым параметром системы, следующим образом:

$\Omega_{об} = \frac{\omega_{ан}\omega_{уст}}{\omega_{ан} + \omega_{уст}}$ Очевидно, что он должен изменяться в следующих пределах:

$0 \leq \gamma_{нк}(\mu) \leq 1$. Отметим, что в предельных случаях абсолютно когерентной ($\mu \ll 1$) и абсолютно некогерентной ($\mu \gg 1$) систем распределение (4) в случае бинарных объектов $f(x)$ совпадает с выражениями (2) и (3).

Обратим внимание на то, что спектр $H_{об}(\omega) = \mathfrak{F}\{h_{об}(x)\}$ обобщенного импульсного отклика $h_{об}(x)$ является сверткой двух прямоугольных импульсов с ширинами $2\omega_{ан}$ и $2\Omega_{об}$ в общем случае имеет трапецеидальный вид, причем размер «полочки» $L_{\Delta} = 2\omega_{ан} - 2\Omega_{об}$, а ее амплитуда равна 1. Общая длина рас-

предела $L_{\Sigma} = 2\omega_{an} + 2\Omega_{об}$ (рис. 3). В частном случае, когда $\omega_{an} = \Omega_{об}$, спектр $H_{об}(\omega)$ (обобщенная передаточная функция частично-когерентной системы) имеет треугольный вид с шириной распределения $4\omega_{an}$.

Что касается параметра $\gamma(\mu)$, то, как уже отмечалось, он регулирует степень нелинейности преобразования в зависимости от когерентных свойств системы. Так, для когерентной системы $\gamma = 0$, а для некогерентной – этот параметр равен 1. В дальнейшем будем называть $\gamma(\mu)$ фактором некогерентности системы.

Остановимся далее на выборе в формуле (4) фактора некогерентности $\gamma(\mu)$. Применительно к размерному контролю 1D бинарных объектов с пропуском $f(x)$ он должен выбираться таким образом, чтобы выходное распределение $\tilde{I}_{ч/к}(x_1)$, определенное по формуле (4) в окрестности границ объекта, в максимальной степени совпадало со строгим выражением (1), описывающим процессы преобразования полей в частично-когерентной проекционной системе. Представляется вполне естественным при нахождении зависимости $\gamma(\mu)$ выбрать в качестве тестового объекта полуплоскость.

Если теперь в выражение (4) подставить ступенчатую функцию Хевисайда $f(x) = Y(x)$, то для функции $\hat{I}_{ч.к.}(x_1)$ в точке $x_1 = 0$ можно получить следующее выражение:

$$\hat{I}_{nop}(\mu) = \frac{\hat{I}_{ч/к}(0; \mu)}{I_0} = (0,5)^{2-\gamma(\mu)} = (0,25)2^{\gamma(\mu)}, \quad (5)$$

где $\hat{I}_{nop}(\mu)$ – нормированное значение пороговой функции.

Для нахождения формулы для фактора некогерентности $\gamma(\mu)$ используем далее полученные нами результаты вычисления значения интенсивности изображения этого объекта в точке $x_1 = 0$ (соответствующей его геометрической границе) в предельных случаях параметра μ : когда $\mu \gg 1$ и когда $\mu \ll 1$. Так, при малых угловых размерах источника ($2\theta_{ист} \ll 2\theta_{ан}$) $\tilde{I}_{nop}(\mu)$ согласно [20, 21] зависит от μ квадратичным образом:

$$\tilde{I}_{nop}(\mu) = \frac{I_{ч/к}(0; \mu)}{I_0} = 0,25 + \frac{\theta_{ист}^2}{3\pi^2\theta_{ан}^2} = 0,25 + \frac{\omega_{ист}^2}{3\pi^2\omega_{ан}^2} = 0,25 + \frac{\mu^2}{3\pi^2}, \quad (6)$$

Естественно, что при $\mu = 0$ значение интенсивности $\tilde{I}_{nop}(\mu)$ соответствует когерентному случаю: $\tilde{I}_{nop}(0) = 0,25$. При больших угловых размерах источника, когда $\mu \gg 1$, выражение для $\tilde{I}_{nop}(\mu)$ принимает следующий вид [20, 21]:

$$\tilde{I}_{nop}(\mu) = 0,5 - \frac{\omega_{ан}}{\pi^2\omega_{ист}} = 0,5 - \frac{1}{\mu\pi^2}. \quad (7)$$

Очевидно, что при $\mu \gg 1$, значение $\tilde{I}_{пор}(\mu) \rightarrow 0,5$, что соответствует абсолютно некогерентному случаю.

Используя (6) и (7) получаем, что фактор некогерентности $\gamma(\mu)$ при $\mu \rightarrow 0$ ведет себя следующим образом:

$$\gamma(\mu) \approx \frac{\ln(1 + 4\mu^2 / 3\pi^2)}{\ln 2} \approx \frac{4\mu^2}{3\pi^2 \ln 2} = 0,195\mu^2.$$

Аналогично, можно показать, что асимптотическое поведение фактора некогерентности при $\mu \rightarrow \infty$ подчиняется следующему закону:

$$\gamma(\mu) = 1 + \frac{\ln[1 - 1 / (2\pi^2\mu)]}{\ln 2} \approx 1 - \frac{1}{2\pi^2 \ln 2 \mu}.$$

Пределы применимости полученных выражений для $\gamma(\mu)$ можно оценить, если обратиться к графику, приведенному на рис. 4. Здесь приведены строгие результаты расчета пороговой характеристики $\tilde{I}_{пор}(\mu)$ согласно (1), а также результаты аппроксимации ее в рассмотренных ранее случаях μ . Как и следовало ожидать, хорошее совпадение результатов имеет место лишь в крайних случаях: при $\mu \ll 1$ и $\mu \gg 1$. Исходя из этого, возникает задача нахождения аппроксимирующей функции, которая будет справедлива для любых значений μ , в том числе в случаях, когда параметры $\theta_{уст}$ и $\theta_{ан}$ сопоставимы между собой.

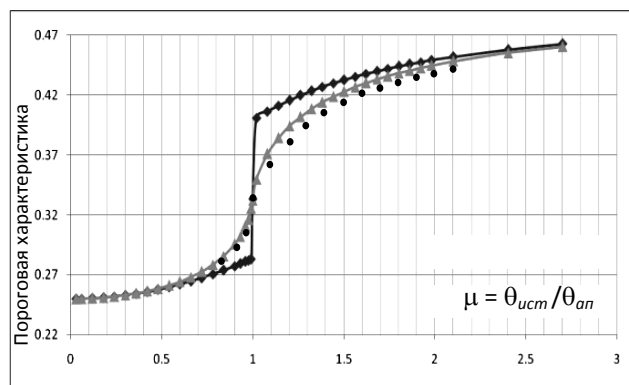


Рис. 4. Поведение пороговой характеристики частично-когерентной системы в зависимости от параметра $\mu = \theta_{уст} / \theta_{ан}$:

при строгом ее расчете ($\blacktriangle\blacktriangle\blacktriangle$); при аппроксимации в предельных случаях μ ($\mu \ll 1$ и $\mu \gg 1$) ($\blacklozenge\blacklozenge\blacklozenge$); при аппроксимации дробно-рациональной функцией для произвольных μ ($\bullet\bullet\bullet$)

С этой целью аппроксимируем пороговую характеристику $\hat{I}_{пор}(\mu)$ дробно-рациональной функцией следующего вида:

$$\hat{I}_{nop}(\mu) = 0,25 + \frac{\mu^2 + a\mu^5}{b\mu^5 + c\mu^4 + d}.$$

Выберем параметры a , b , c и d исходя из поведения функции $\hat{I}_{nop}(\mu)$ в асимптотике при $\mu \ll 1$ и $\mu \gg 1$. В результате для пороговой характеристики можно получить следующую аппроксимирующую функцию:

$$\hat{I}_{nop}(\mu) = 0,25 + \frac{\mu^2 + 2,468\mu^5}{9,948\mu^5 + 4,027\mu^4 + 29,57} = 0,25 + r(\mu), \quad (8)$$

где $r(\mu) = \frac{1 + 2,468\mu^3}{9,948\mu^3 + 4,027\mu^2 + 29,57 / \mu^2}$.

Имея в распоряжении формулу для $\hat{I}_{nop}(\mu)$, нетрудно найти зависимость фактора некогерентности от параметра μ . В результате логарифмирования выражения (8) для $\gamma(\mu)$ получаем следующую искомую формулу:

$$\gamma(\mu) = 2 + \frac{\ln \hat{I}_{nop}(\mu)}{\ln 2} = 2 + \frac{\ln [0,25 + r(\mu)]}{\ln 2} = \frac{\ln [1 + 4r(\mu)]}{\ln 2}. \quad (9)$$

Полученное выражение для фактора некогерентности справедливо во всем диапазоне изменения μ , т. е. для оптической системы с произвольной частичной когерентностью.

Таким образом, предложенная нами конструктивная теория описания физических явлений в частично-когерентной проекционной дифракционно-ограниченной системе для одномерных бинарных объектов может выступать в качестве альтернативной традиционной теории.

Нами проводились численные расчеты полученной аппроксимированной пороговой характеристики $\hat{I}_{nop}(\mu)$. График ее поведения показан точками на рис. 4. Можно видеть, что в диапазоне $0 \leq \mu \leq 1$ аппроксимирующая функция $\hat{I}(\mu)$ почти не отличается от строгой функции $\hat{I}_{nop}(\mu)$. Небольшое отличие имеет место при $1 \leq \mu \leq 1,3$. Однако оно не превышает 5 %.

Заключение

В настоящей статье представлена конструктивная (приближенная) теория формирования изображений одномерных бинарных объектов в частично-когерентной дифракционно-ограниченной системе применительно к их размерному контролю. Она справедлива при произвольных соотношениях угловых размеров протяженного источника света $\theta_{ист}$ и апертурной диафрагмы системы $\theta_{ан}$, включая случай абсолютно когерентных и абсолютно некогерентных систем. Предложенная теория позволяет для таких объектов решение двумерной

задачи свести к одномерной: к вычислению интеграла в виде свертки объекта с обобщенным импульсным откликом, спектр которого имеет трапецеидальный профиль, определяемый параметрами системы θ_{ucm} и θ_{an} . Полученный интеграл свертки в дальнейшем подвергается нелинейному преобразованию, степень которого (фактор некогерентности) зависит от фундаментального параметра оптической системы $\mu = 2\theta_{ucm}/2\theta_{an}$. Он выбирается исходя из пороговой характеристики системы, учет которой позволяет достаточно точно определять пороговым методом положение границ объектов исходя из их изображений.

Разработанная теория адекватно отражает характер преобразования полей в частично-когерентной системе. Она допускает простую интерпретацию физических явлений в таких системах.

На основе аппроксимации пороговой характеристики в виде дробно-рациональной функции найдено выражение для фактора некогерентности в зависимости от параметра μ . Полученные формулы для интенсивности света на выходе частично-когерентной системы могут быть использованы при расчете изображений одномерных объектов с произвольным бинарным профилем.

Теория может быть использована применительно к двумерным бинарным объектам, описываемым функциями с разделяющимися переменными, а также адаптирована на случай формирования изображений двумерных бинарных объектов с радиальной симметрией в частично-когерентной дифракционно-ограниченной проекционной системе с круговой апертурной диафрагмой.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Завьялов П. С., Финогенов Л. В., Жимулева Е. С., Хакимов Д. Р., Савинов К. И. Опτικο-электронный контроль керамических изделий // Датчики и системы. – 2016. – № 8–9. – С. 64–72.
2. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. – М.: Наука, 1973. – 713 с.
3. Hopkins H. H. The concept of partial coherence in optics // Proceedings of the Royal Society. – 1951. – A208. – P. 263–277.
4. Hopkins H. H. On the diffraction theory of optical // Proceedings of the Royal Society. – 1953. – A217. – P. 408–432.
5. Hopkins H. H. Applications of coherence theory in microscopy and interferometry // Journal of the Optical Society of America. – 1957. – 47. – P. 508.
6. Rogers G. L. The process of image formation as the retransformation of the partial coherence pattern of the object // Proceedings of the Physical Society. – 1963 – 81. – P. 323.
7. Марешаль А., Франсон М. Структура оптического изображения / под ред. Г. Г. Слюсарева – М.: Мир, 1964. – 295 с.
8. Дитчберн Р. Физическая оптика / пер. с англ. Л. А. Ванштейна и О. А. Шустина ; под ред. П. А. Яковлева. – М.: Наука, 1965. – 637 с.
9. Строук Дж. Введение в когерентную оптику и голографию. – М.: Мир, 1967. – 347 с.
10. Михель К. Основы теории микроскопа / пер. с нем. М. В. Лейкина ; под ред. Г. Г. Слюсарева. – М.: Гостехиздат, 1955. – 267 с.
11. Сивухин Д. В. Общий курс физики. Оптика. – М.: Наука, 1980. – 752 с.
12. Senchenko E. S., Chugui Yu. V. Shadow Inspection of 3D Objects in Partially Coherent Light // Measurement Science Review. – 2011. – 11, No. 4. – P. 104–107.

13. Чугуй Ю. В. Расчет и анализ импульсного отклика проекционных пространственно-неинвариантных систем // *Автометрия*. – 2018. – № 6. – С. 34–47.
14. Baker L. R. The effect of source size in the coherence of an illuminating wave. – *Proc. Phys. Soc.* – 1953. – В66. – P. 975.
15. Som S. C. On partial coherence and the concept of effective source as used in instrument optics // *Optica Acta*. – 1963. – 10. – P. 179.
16. Parrent G. B., Skinner Jr. and T. J. Diffraction of partially coherent light by a plane aperture // *Optica Acta*. – 1961. – 8. – P. 93.
17. Hopkins H. H., Barham P. M. The influence of the condenser on microscopic resolution // *Proceedings of the Physical Society*. – 1950. – В63. – P. 737.
18. Гудмен Дж. Введение в Фурье-оптику. – М. : Мир, 1970. – 364 с.
19. Сороко Л. М. Основы голографии и когерентной оптики. – М. : Наука, 1971. – 616 с.
20. Chugui Yu. V., Senchenko E. S. 3D Image formation in transmitted partially coherent and incoherent light applied to dimensional inspection // *International Journal of Automation Technology*. – 2015. – Vol. 9, No. 5. – P. 508–514.
21. Chugui Yu. V., Senchenko E. S. High precision algorithms for 3D objects shadow inspection in partially coherent light // *Key Engineering Materials: Measurement Technology and Intelligent Instrument XI*. – 2014. – Vol. 613. – P. 151–156.

© Ю. В. Чугуй, 2019