УДК 550.34
DOI: 10.33764/2618-981X-2019-4-1-172-179

ОБ ОДНОЙ МОДЕЛИ РАЗБУХАНИЯ ГЛИНИСТОГО СЛАНЦА ВОКРУГ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ СКВАЖИНЫ

Бунед Холматжонович Имомназаров
Новосибирский национальный исследовательский государственный университет (НГУ), 630090, Россия, г. Новосибирск, ул. Пирогова, 1, студент, тел. (383)330-83-52

Вадим Алексеевич Няго
Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, 630090, Россия, г. Новосибирск, пр. Академика Лаврентьева, 6, инженер, тел. (383)330-83-52, e-mail: imom@omzg.sscc.ru

Илхом Кудратович Хайдаров
Национальный Университет Узбекистана им. Мирзо Улугбека (НУУз), 100174, Узбекистан, г. Ташкент, Вузгородок, ул. Университетская, 4, кандидат физико-математических наук, тел. (371)246-95-20

В статье предложен модифицированный вариант линейной теории пороупругости, описываемой тремя упругими параметрами применяемый к сланцевому разбуханию с водным электролитом. Предполагается, что сланец ведет себя как изотропная, идеальная ионная мембрана, и в этом случае разбухание зависит только от полного напряжения и от химического потенциала воды в порах породы. Представлен анализ плоской деформации вокруг ствола скважины.

Ключевые слова: двухфазная среда, сланцевая порода, водный электролит, напряжения, деформация, пористость.

ABOUT ONE MODEL OF THE CLAY SHALE SWELLING AROUND THE CYLINDRICAL WELLBORE

Bunyod Kh. Imomnazarov
Novosibirsk National Research University (NSU), 1, Pirogova St., Novosibirsk, 630090, Russia, Student, phone: (383)330-83-52

Vadim A. Nyago
Institute of the Computational Mathematics and Mathematical Geophysics SB RAS, 6, Prospect Akademik Lavrentiev St., Novosibirsk, 630090, Russia, Engineer, phone: (383)330-83-52, e-mail: imom@omzg.sscc.ru

Ilkhom Kh. Khaydarov
National University of Uzbekistan named after Mirzo Ulugbek (NUUz), 4, University St., Vuzgorodok, Tashkent, 100174, Uzbekistan, Ph. D., phone: (371)246-95-20

This paper proposes a modified version of the linear theory of poroelasticity, described by the three elastic parameters applied to the shale swelling with aqueous electrolyte. It is assumed that the shale behaves as an isotropic, ideal ionic membrane, and in this case the swelling depends only on the total stress and on the chemical potential of water in the pores of the rock. An analysis of the plane strain around the wellbore has been made.

Key words: two-phase medium, shale rock, aqueous electrolyte, stresses, deformation, porosity.

Введение

Присутствие поровых флюидов может повлиять на процесс деформации и облегчить или задержать разрушение материала [1]. Расширение породы при недренированной деформации вызывает уменьшение порового давления и рост предельного значения напряжения [2]. С другой стороны, ответная реакция вызывает увеличение порового давления и снижение напряжения разрушения [3].

Важный механизм устойчивости скважин, пробуренных в химически активных сланцевых пластах с буровыми растворами на водной основе, основан на физико-химических взаимодействиях между горной породой и буровым раствором. А именно, поровое давление в призабойной зоне может быть уменьшено за счет осмотического оттока поровой жидкости из реакционноспособного сланца, что вызвано повышенной минерализацией бурового раствора [4-11]. Однако сланцы демонстрируют неидеальную полупроницаемую или «негерметичную» мембранную характеристику для растворов на водной основе из-за диапазона размеров пор, включая широкие поры, которые приводят к некоторой проницаемости для ионов солей. Следовательно, со временем равновесие химических потенциалов всех видов в буровой жидкости и в сланцевом пласте приводит к возможному выравниванию как давления, так и химического состава между буровым раствором и поровым флюидом около скважинного пространства [12].

Теория, разработанная в [13, 14] для описания связанных механических, гидравлических и химических взаимодействий для заполненных жидкостью пористых тел, основана на модификации теорию пороупругости Био [15-17].

Уравнение состояние

Математическую модель, описывающую взаимовлияние течения флюида и изменение напряженно-деформированного состояния поровой матрицы, впервые предложил К. Терцаги [18, 19] для вычисления коэффициента проницаемости глины. В этих работах К. Терцаги ввел эффективный тензор напряжений σ_{ij}^{ef}, зависящей от деформации матрицы и давления флюида

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^{ef} - \alpha_e p \delta_{ij.} \tag{1}$$

В формуле (1) δ_{ij}— компоненты единичной матрицы.

Био в [17, 20] обобщил это соотношение на пороупругие среды

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^{ef} - \alpha_e p \delta_{ij}, \tag{2}$$

где σ_{ij}^{ef} – тензор эффективных (по Нуру) напряжений, который зависит от тензора деформаций. Иногда соотношение (2) называют соотношением Терцаги-Био. Оно фактически является определением трещиновато-пористой среды.

В ней есть скелет и насыщающая его жидкость. Отличие от тождественного нуля тензора σ_{ij}^{ef} означает существование связного скелета. Коэффициент α_e показывает, во сколько раз поровое давление снижает действие суммарного напряжения на скелет.

В работах [21-24] получена формула, связывающая тензор напряжений с тензором деформации и поровое давление

$$\sigma_{ij} = 2G\varepsilon_{ij} + \tilde{\lambda}\varepsilon_{kk}\delta_{ij} - \beta p\delta_{ij}, \tag{3}$$

$$p = (K - \alpha\rho\rho_s)\varepsilon_{kk} - \alpha\rho\rho_l e_{kk}, \tag{4}$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right), \qquad e_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right),$$

где $u = (u_1, u_2, u_3)$ и $U = (U_1, U_2, U_3)$ – вектора перемещений упругой матрицы и насыщающей жидкости с соответствующими парциальными плотностями $\rho_s = \rho_s^f(1 - d_0)$ и $\rho_l = \rho_l^f d_0$, $\rho = \rho_l + \rho_s$, d_0 – пористость, ρ_s^f и ρ_l^f – физические плотности упругого пористого тела и жидкости соответственно, $\tilde{\lambda} = \lambda - (\alpha\rho^2)^{-1}K^2$, $K = \lambda + \frac{2}{3}G$, $\beta = 1 - \frac{K}{\alpha\rho^2}$, $\lambda, G, \alpha\rho^2$ – упругие параметры пористой среды [25]. Упругие параметры K, G, α выражаются через скорость распространения поперечной волны c_s и две скорости продольных волн c_{p_1}, c_{p_2} [26, 27].

Теория пороупругости

Далее также как в [13], рассмотрим квазистационарный случай и тензор напряжений удовлетворяет уравнению равновесия.

Из закона сохранения массы жидкости, с учетом закона Дарси [25, 26]

$$\boldsymbol{q}^1 = -\frac{1}{\chi\rho\,\rho_l}\nabla p$$

получим

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\sigma_{kk} + \frac{3}{B}p\right] = D\Delta\left[\sigma_{kk} + \frac{3}{B}p\right],$$

$$D = \frac{1}{\chi\rho(\rho_{l,0}^f)^2 d_0}\left[\frac{2\mu(1-\nu)}{1-2\nu}\right]\left[\frac{B^2(1+\nu_u)^2(1-2\nu)}{9(1-\nu_u)(\nu_u-\nu)}\right]$$

где χ – коэффициент трения.

Если пористый материал действует как идеальная мембрана, то только химический потенциал μ_w воды играет определенную роль [13]. Запишем

$$\mu_w = pV_w + RT\ln a_w + \mu_w^0 + M_w gz,$$

где V_w – парциальный молярный объем воды, R - газовая постоянная, T - температура, и a_w- активность воды, μ_w^0 – химический потенциал в равновесном состоянии. Только различия в химическом потенциале будут представлять интерес для нас, и, следовательно, положим $\mu_w^0 = 0$. $M_w = \rho_w V_w$ – масса 1 моль воды, и гравитационный потенциал $M_w gz$. Очевидно, μ_w/V_w играет роль модифицированного давления. Будем считать, что V_w слабо меняется с давлением.

Коэффициенты в уравнениях состояния будут определяться в соответствии с экспериментальными данными, и поэтому естественно, чтобы выразить эти коэффициенты, используем обозначения G, ν, ν_u и B (или другие эквивалентные коэффициенты). Таким образом, уравнения (9) и (10) становятся

$$2G\varepsilon_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{\nu}{1+\nu}\sigma_{kk}\delta_{ij} + \frac{3(\nu_u - \nu)}{B(1+\nu)(1+\nu_u)}\frac{\mu_w}{V_w}\delta_{ij}, \quad (5)$$

$$m - m_0 = \frac{3\rho_0(\nu_u - \nu)}{2GB(1+\nu)(1+\nu_u)}\left[\sigma_{kk} + \frac{3}{B}\frac{\mu_w}{V_w}\right]. \quad (6)$$

вместе с уравнением диффузии

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\sigma_{kk} + \frac{3}{B}\frac{\mu_w}{V_w}\right] = D\Delta\left[\sigma_{kk} + \frac{3}{B}\frac{\mu_w}{V_w}\right]. \quad (7)$$

Из (13) следует, что теперь параметр B относит изменение μ_w / V_w к изменению напряжений σ_{kk} в бессточное деформации, и поэтому простое расширение B Скемптон, которое дает изменение давления пор p в бессточной деформации из химически инертной системы. Уравнение равновесия принимает вид

$$\Delta\left[\sigma_{kk} + \frac{6(\nu_u - \nu)\mu_w}{BV_w(1-\nu)(1+\nu_u)}\right] = 0. \quad (8)$$

Скважина в бесконечном сланце

Используем цилиндрические полярные координаты и предположим, что вокруг сланца вдоль оси z во времени $t = 0$ просверливается скважина радиуса b. Предположим также, что напряжение в сланце до бурения равномерно, с компонентами $\sigma_{zz} = \sigma_{zz}^{\infty}$ и $\sigma_{rr} = \sigma_{\theta\theta} = \sigma_{rr}^{\infty}$, и исходный химический потенциал воды в сланце повсюду $\mu_w = \mu_w^\infty$. После бурения граничные условия в стволе скважины будут

$$\sigma_{rr} = -p_{mud}, \qquad \mu_w = \mu_w^{mud}, \qquad r = b,$$

где p_{mud} – давление бурового раствора, и $\mu_w^{mud} = V_w p_{mud} + RT \ln a_w^{mud} + M_w gz$ является химическим потенциалом воды в буровом растворе.

Граничные условия на бесконечности имеют вид

$$\sigma_{rr} \to \sigma_{rr}^\infty, \qquad \sigma_{\theta\theta} \to \sigma_{rr}^\infty, \qquad \sigma_{zz} \to \sigma_{zz}^\infty, \qquad \mu_w \to \mu_w^\infty, \qquad \text{при} \qquad r \to \infty.$$

Возьмем в качестве нашего начального состояния состояние горной породы до бурения скважины. Таким образом, все напряжения будут относиться к напряжению на бесконечности, а химический потенциал μ_w будет измерен относительно μ_w^∞. Напряжения и химический потенциал на стенке ствола скважины $r = b$ становятся $\sigma_{rr}^w = -p_{mud} - \sigma_{rr}^\infty$, $\mu_{wb} = \mu_w^{mud} - \mu_w^\infty$.

Изменения μ_{wb} с глубиной z считается пренебрежимо малой, а деформация породы вокруг ствола скважины считается плоской деформацией и $e_{zz} = 0$. Непосредственное (недренированное) изменение напряжения, вызванное созданием ствола скважины, является

$$\sigma_{rr} = -\sigma_{\theta\theta} = \frac{b^2}{r^2}\sigma_{rr}^w.$$

Построено в частотной области решение рассматриваемой задачи.

При этом радиальная компонента тензора напряжения определяется выражением

$$\hat{\sigma}_{rr} = 2G\hat{e}_{rr} + \frac{\nu}{1+\nu}\hat{\sigma}_{kk} - \frac{3(\nu_u - \nu)\hat{\mu}_w}{BV_w(1+\nu)(1+\nu_u)} =$$

$$= \frac{b^2}{r^2}\hat{\sigma}_{rr}^w + \frac{2\eta\hat{\mu}_{wb}}{V_w q}\left[\frac{bH_1^{(1)}(qb)}{r^2 H_0^{(1)}(qb)} - \frac{H_1^{(1)}(qr)}{rH_0^{(1)}(qb)}\right],$$

где

$$C_2(\omega) = -\frac{2\eta\hat{\mu}_{wb} b H_1^{(1)}(qb)}{V_w q H_0^{(1)}(qb)} - b^2\hat{\sigma}_{rr}^w, \qquad \eta = \frac{3(\nu_u - \nu)}{2B(1+\nu_u)(1-\nu)}.$$

Тангенциальная компонента тензора напряжения $\sigma_{\theta\theta}$ определяется формулой

$$\hat{\sigma}_{\theta\theta} = 2G\hat{e}_{\theta\theta} + \frac{\nu}{1+\nu}\hat{\sigma}_{kk} - \frac{3(\nu_u - \nu)\hat{\mu}_w}{BV_w(1+\nu)(1+\nu_u)} =$$

$$= -\frac{b^2}{r^2}\hat{\sigma}_{rr}^w + \frac{2\eta\hat{\mu}_{wb}}{V_w}\left[\frac{H_1^{(1)}(qr)}{rqH_0^{(1)}(qb)} - \frac{bH_1^{(1)}(qb)}{r^2qH_0^{(1)}(qb)} - \frac{H_0^{(1)}(qr)}{H_0^{(1)}(qb)}\right].$$

Из этих соотношений следует

$$\hat{\sigma}_{rr} - \hat{\sigma}_{\theta\theta} = \frac{2b^2}{r^2}\hat{\sigma}_{rr}^w + \frac{2\eta\hat{\mu}_{wb}}{V_w}\left[\frac{2bH_1^{(1)}(qb)}{r^2qH_0^{(1)}(qb)} - \frac{2H_1^{(1)}(qr)}{rqH_0^{(1)}(qb)} + \frac{H_0^{(1)}(qr)}{H_0^{(1)}(qb)}\right].$$

А компонента осевого тензора напряжения дается формулой

$$\hat{\sigma}_{zz} = \frac{2\eta\hat{\mu}_{wb}H_0^{(1)}(qr)}{V_wH_0^{(1)}(qb)},$$

где $H_k^{(1)}(\cdot)$ – функция Ханкеля.

Заключение

Предложен модифицированный вариант линейной теории пороупругости описываемой тремя упругими параметрами применяемый к сланцевому разбуханию с водным электролитом. Предполагается, что сланец ведет себя как изотропная, идеальная ионная мембрана, и в этом случае разбухание зависит только от полного напряжения и от химического потенциала воды в порах породы. Получены формулы для вычисления компонент напряжений в частотной области, которые позволяют провести анализ плоской деформации околоскважинного пространства.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 18-31-00120).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Mroz Z., Boukpeti N., Drescher A. 2003. Constitutive model for static liquefaction. Int. J. Geomech. ASCE. 3: 133-144.

2. Rice J. R. 1975. On the stability of dilatant hardening for saturated rock masses. J. Geophys. Res. 80(11): 1531-1536.

3. Boukpeti N., Mroz Z., Drescher A. 2002. A model for static liquefaction in triaxial compression and extension. Can. Geotech. J. 39: 1243-1253.

4. Mody F.K., Hale A.H. A borehole stability model to couple the mechanics and chemistry of drilling fluid shale interaction. J. Pet. Tech.,1093, November 1993.

5. van Oort E., Hale A.H., Mody F.K., Roy S. Transport in shales andthe design of improved water-based shale drilling fluids. SPE Drilling&Completion (paper28309), pages 137–146, September 1996.

6. Tan C.P., Richards B.G., Rahman S.S. Managing physico-chemical wellbore instability in shales with the chemical potential mechanism. SPE Asia Pacific Oil and Gas Conference and Exhibition, Ade-laide, Australia, 1996.

7. Ghassemi A., Diek A., Dos Santos H. Effects of ion diffusion and thermal osmosis on shale deterioration and borehole instability. Houston, TX, 2001. AADE National Drilling Conference, Houston TX,USA, March 2001.

8. Fjaer E., Holt R.M., Nes O.M., Sonstebo E.F. Mud chemistry effects on time-delayed borehole stability problems in shales. In Proceedings SPE/ISRM Rock Mechanics Conference, number SPE/ISRM78163, Irving, Texas, 2002. Society of Petroleum Engineers.

9. Nguyen V., Abousleiman Y., Hoang S. Analyses of wellbore insta-bility in drilling through chemically active fractured rock formations. SPE J,14(2):283–301,2009.32

10. Ghassemi A., Tao Q., Diek A. Influence of coupled chemo-poro-thermoelastic processes on pore pressure and stress distributions around a wellbore in swelling shale. Journal of Petroleum Science and Engineering,67(1-2):57–64,72009.

11. Zhou X., Ghassemi A. Finite element analysis of coupled chemo-poro-thermo-mechanical effects around a wellbore in swelling shale. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences,46(4):769–778, 6 2009.

12. Hale A.H., Mody F.K., Salisbury D.P. The influence of chemical potential on wellbore stability. SPE Drilling & Completion,207,September 1993.

13. Sherwood J.D. Biot poroelasticity of a chemically active shale. Proc. Roy. Soc. London, 440(1909):365–377, February 1993.

14. Sherwood J.D. A model of hindered solute transport in a poroelastic shale. Proc. Roy. Soc. London, 445(1925):679–692, June 1994.

15. Biot M.A. General theory of three-dimensional consolidation // J. Appl. Phys., 1941, v. 12, pp.155-164.

16. Detournay E., Cheng A.H-D. Comprehensive Rock Engineering, volume 2, chapter 5: Fundamentals of Poroelasticity, pages 113–171.Pergamon, New York NY, 1993.

17. Coussy O. Poromechanics. Wiley, New York, 2004.

18. Terzaghi K. Die Berechnung der Durchassigkeitsziffer des Tones aus dem Verlaufder hydrodynamischen Spannungserscheinungen // Sitzungsber. Akad. Wiss. Wien Math. Naturwiss. Kl., Abt. 2A, 1923, v.132, pp. 105–124.

19. Terzaghi, K., The shearing resistance of saturated soils // Proc. Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng. 1st, 1936, pp. 54-55.

20. Biot, M. A., Theory of elasticity and consolidation for a porous anisotropic solid // J. Appl. Phys., 1955, v. 26, pp.182-185.

21. Imomnazarov Kh.Kh. Concentrated force in a porous half-space // Bulletin of Novosibirsk Computing Center, ser. Geophysics, 1998, issue 4, pp. 75-77.

22. Грачев Е.В., Жабборов Н.М., Имомназаров Х.Х. Сосредоточенная сила в упруго-пористом полупространстве // Доклады РАН, 2003, т. 391, N0. 3, с. 331-333.

23. Grachev E., Imomnazarov Kh., Zhabborov N. One nonclassical problem for the statics equations of elastic-deformed porous media in a half-plane // Applied Matematics Letters, Vol. 17, Issue 1, 2004, P. 31-34.

24. Жабборов Н.М., Имомназаров Х.Х. Некоторые начально-краевые задачи механики двухскоростных сред. Ташкент, 2012., 212 с.

25. Blokhin A.M., Dorovsky V.N. Mathematical modelling in the theory of multivelocity continuum. – New York: Nova Science, 1995.

26. Имомназаров Х. Х. Несколько замечаний о системе уравнений Био // Доклады РАН. – 2000. – Т. 373. – № 4. – С. 536–537.
27. Imomnazarov Kh. Kh. Some Remarks on the Biot System of Equations Describing Wave Propagation in a Porous Medium // Appl. Math. Lett. – 2000. – Vol. 13. – № 3. – P. 33–35.