

ДВА СЛУЧАЯ ЗАПРЕДЕЛЬНОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ МАССИВА ПОРОД ВОКРУГ ГОРНОЙ ВЫРАБОТКИ

Анвар Исмагилович Чанышев

Институт горного дела им. Н. А. Чинакала СО РАН, 630091, Россия, г. Новосибирск, Красный пр., 54, доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник, тел. (383)335-97-50; Новосибирский государственный университет экономики и управления, 630099, Россия, г. Новосибирск, Каменская, 52, зав. кафедрой математики и естественных наук, e-mail: a.i.chanyshev@gmail.com

Ильгизар Маратович Абдулин

Институт горного дела им. Н. А. Чинакала СО РАН, 630091, Россия, г. Новосибирск, Красный пр., 54, научный сотрудник, тел. (383)335-97-50, e-mail: i.m.abdulin@mail.ru

Исследуется НДС массива пород вокруг выработки в случае предельного деформирования при плоской деформации. Рассматриваются два предельных случая: когда модуль объёмного сжатия гораздо больше по величине модуля спада и когда модуль спада по величине гораздо больше модуля объёмного сжатия. В первом случае получены размеры зоны разрушения массива пород, зависящие от предельных деформаций упругости и прочности материала среды. Во втором случае решение в зоне разрушения отличается от традиционных (упругопластических решений) тем, что максимальное касательное напряжение возрастает с увеличением расстояния от контура выработки.

Ключевые слова: горные породы, разрушение, деформационная теория, предельное деформирование, зона разрушения, особенности решений.

TWO VARIANTS OF OUT-OF-LIMIT DEFORMATION OF SOLID AROUND WORKING

Anvar I. Chanyshev

Chinakal Institute of Mining SB RAS, 54, Krasny Prospect St., Novosibirsk, 630091, Russia, D. Sc. Chief Researcher; Novosibirsk State University of Economics and Business Administration, 52, Kamenskaya St., Novosibirsk, 630099, Russia, Head of Department of Mathematics and Natural Sciences, phone: (383)335-97-50, e-mail: a.i.chanyshev@gmail.com

Ilgizar M. Abdulin

Chinakal Institute of Mining SB RAS, 54, Krasny Prospect St., Novosibirsk, 630091, Russia, Researcher, phone: (383)335-97-50, e-mail: i.m.abdulin@mail.ru

In the paper stress-strain behavior of solid around working in case of out-of-limit deformation when flat strain occurs is studied. Two limit variants are considered: when modulus of volumetric compression has much more value than modulus of decrease and vice a versa. In the first variant sizes of solid destruction zone are obtained, depending on limit strains of elasticity and strength of solid material. In the second variant solution at destruction zone differs from traditional elastic plastic solutions by maximal tangential stress increases with increasing of distance from working contour.

Key words: rocks, destruction, strain theory, out-of-limit deformation, destruction zone, features of solutions.

Введение

Исследованию запредельного деформирования массива пород вокруг выработки посвящено множество работ [1-16]. В [11-13] отмечается, что по мере увеличения нагрузки на «бесконечности» массив пород претерпевает последовательно все три стадии деформирования – упругую, упругопластическую, запредельную. Причем в случае, когда весь контур выработки переходит в полностью «разрушенное» состояние, нагрузка на «бесконечности» достигает своего максимума, дальнейшее ее увеличение приводит к динамическим событиям. В [8-10] исследуется идеальное хрупкое разрушение массива пород, при этом получены характеристики системы дифференциальных уравнений несжимаемости и условия совместности деформаций, по виду совпадающие с характеристиками и соотношениями на характеристиках для идеальной пластичности [9]. Предлагаемую работу следует рассматривать как некоторое продолжение исследований [8-10]. Здесь будут рассмотрены два предельных случая, о которых говорится в аннотации.

Часть 1

В этом варианте предполагается, что модуль объемного сжатия гораздо больше по величине модуля спада. Формально это выглядит так – есть условие объемного сжатия при плоской деформации:

$$\sigma_r + \sigma_\varphi = 2k(\varepsilon_r + \varepsilon_\varphi), \quad (1)$$

где r, φ – полярные координаты, уравнение контура выработки $r=a$. В силу того, что модуль объемного сжатия $2k$ очень большой, то отсюда следует, что

$$\varepsilon_r + \varepsilon_\varphi = 0. \quad (2)$$

Подставляя в (2) соотношения Коши:

$$\varepsilon_r = \frac{du}{dr}, \quad \varepsilon_\varphi = \frac{u}{r},$$

где u – смещение в радиальном направлении, находим дифференциальное уравнение

$$\frac{du}{dr} + \frac{u}{r} = 0, \quad (3)$$

решение которого

$$u = \frac{C}{r}, \quad (4)$$

где C – произвольная постоянная.

В отличие от традиционных постановок будем считать, что на контуре выработки $r=a$ кроме условия $\sigma_r|_{r=a} = 0$ выполняется второе условие

$$u|_{r=a} = -u_0, \quad (u_0 > 0). \quad (5)$$

Используя (5), находим константу C и перемещение

$$u = -u_0 \left(\frac{a}{r} \right). \quad (6)$$

Далее используем диаграмму (рисунок).

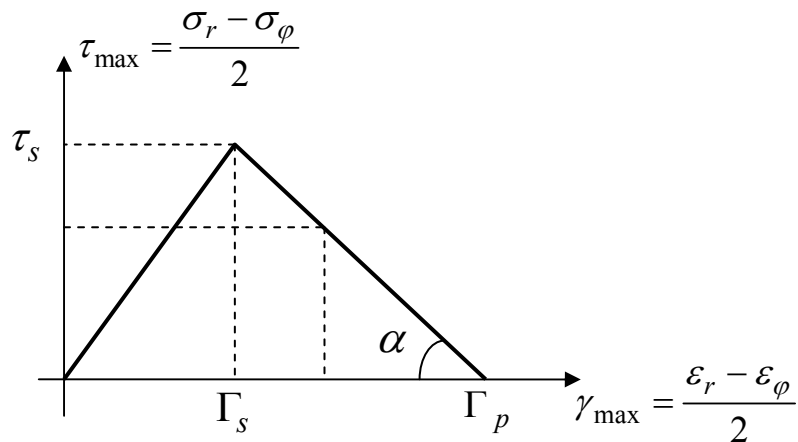


Диаграмма изменения $\tau_{\max} = f(\gamma_{\max})$,
 Γ_s – предел упругости, Γ_p – предел прочности

Из этой диаграммы следует, что

$$\operatorname{tg} \alpha = 2\mu_* = \frac{\tau_{\max}}{\Gamma_p - \gamma_{\max}}, \quad (7)$$

где $2\mu_*$ – модуль спада. Тогда получаем

$$\frac{\sigma_r - \sigma_\varphi}{2} = 2\mu_* \left(\Gamma_p - \frac{\varepsilon_r - \varepsilon_\varphi}{2} \right). \quad (8)$$

Подставляя (6) в (8), находим

$$\sigma_r - \sigma_\varphi = 4\mu_* \Gamma_p - 4\mu_* \Gamma_p u_0 \frac{a}{r^2}. \quad (9)$$

Для определения напряжений σ_r, σ_φ используем уравнение равновесия

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\varphi}{r} = 0. \quad (10)$$

Подставляя (9) в (10), находим уравнение для определения σ_r . Интегрируя его при граничном условии $\sigma_r|_{r=a} = 0$, получаем значение

$$\sigma_r = -4\mu_*\Gamma_p \ln \frac{r}{a} + 2\mu_* \frac{u_0}{a} \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right).$$

С применением (9)

$$\sigma_\varphi = -4\mu_*\Gamma_p \left(1 + \ln \frac{r}{a}\right) + 2\mu_* \frac{u_0}{a} \left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right).$$

Отсюда

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_r - \sigma_\varphi}{2} = 2\mu_* \left(\Gamma_p - \frac{u_0}{a} \frac{a^2}{r^2}\right). \quad (11)$$

Из рисунка и формулы (9) следует, что если контур $r = a$ перешел в полностью разрушенное состояние, то тогда на нем должно быть $\tau_{\max} = 0$ и значение $\frac{u_0}{a}$ при этом должно быть равно Γ_p :

$$\frac{u_0}{a} = \Gamma_p.$$

Возникает вопрос: как найти всю область разрушения, т.е. оценить ее размеры?

Из рисунка следует, что на контуре $r = r_*$, с которого начинается разрушение массива пород $\gamma_{\max} = \Gamma_s$. Тогда на основании (6) и определения $\gamma_{\max} = (\varepsilon_r - \varepsilon_\varphi) / 2$ получаем

$$\frac{(\varepsilon_r - \varepsilon_\varphi)}{2} = \frac{u_0}{a} \left(\frac{a}{r_*}\right)^2 = \Gamma_s. \quad (12)$$

Поскольку $\frac{u_0}{a}$ равно Γ_p , то из (12) следует, что

$$r_* = a \sqrt{\frac{\Gamma_p}{\Gamma_s}}. \quad (13)$$

Формула (13) является полезной потому, что позволяет оценить область возможного разрушения вокруг выработки, зная радиус выработки и две характеристики Γ_p и Γ_s , представленные на диаграмме рис. 1, полученной при нагружении образцов, взятых из массива пород.

Замечание. График изменения функции τ_{\max} от r на основании (11) является возрастающей функцией r .

Часть 2

Рассмотрим второй случай, когда модуль спада $2\mu_*$ гораздо больше по величине модуля объемного сжатия $2k$. Для этого случая имеем следующие уравнения: закон упругого изменения объема –

$$\sigma_r + \sigma_\varphi = 2k(\varepsilon_r + \varepsilon_\varphi), \quad (14)$$

и условие постоянства максимальной касательной деформации на стадии за-предельного деформирования –

$$\frac{\varepsilon_r - \varepsilon_\varphi}{2} = \Gamma_p. \quad (15)$$

Требуется найти распределение напряжений, деформаций и смещения u вокруг выработки радиуса a .

Отметим, что условия (14), (15) использовались в [9].

Для определения смещения u применим (15). Из (15) и соотношений Коши следует уравнение для определения u :

$$\frac{du}{dr} - \frac{u}{r} = 2\Gamma_p. \quad (16)$$

Это линейное уравнение, его интегралом является выражение

$$u = Cr + 2\Gamma_p r \ln r. \quad (17)$$

Полагая (5), находим

$$C = -\frac{u_0}{a} - 2\Gamma_p r \ln a, \quad u = -u_0 \frac{r}{a} + 2\Gamma_p r \ln \frac{r}{a}. \quad (18)$$

Применяя (14), с помощью (17) определяем

$$\sigma_r + \sigma_\varphi = 4k(C + \Gamma_p) + 8k\Gamma_p \ln r. \quad (19)$$

Выражаем отсюда σ_φ и подставляем в (10). Тогда для σ_r получаем уравнение

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{2\sigma_r}{r} = \frac{4k(C + \Gamma_p)}{r} + \frac{8k\Gamma_p \ln r}{r}. \quad (20)$$

Решая (20), имеем

$$\sigma_r = 2kC + 4k\Gamma_p \ln r + \frac{C_0}{r^2}, \quad (21)$$

$$\sigma_\varphi = 2kC + 4k\Gamma_p + 4k\Gamma_p \ln r - \frac{C_0}{r^2}, \quad (22)$$

где C_0 – постоянная интегрирования.

Полагая $\sigma_r|_{r=a} = 0$, находим константу C_0 .

С учетом (18) окончательно

$$\sigma_r = -\frac{2ku_0}{a} \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) + 4k\Gamma_p \ln \frac{r}{a}, \quad (23)$$

$$\sigma_\varphi = -\frac{2ku_0}{a} \left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right) + 4k\Gamma_p \ln \frac{r}{a}. \quad (24)$$

Из (23), (24) находим

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_r - \sigma_\varphi}{2} = \frac{2ku_0}{a} \frac{a^2}{r^2}. \quad (25)$$

Поскольку во всей области разрушения выполняется (16), то за начало разрушения следует принять то значение τ_{\max} , которое равно τ_s , за конец разрушения – то, которое равняется нулю. Если обратить внимание на (25), то оно определяет функцию τ_{\max} как убывающую функцию r . Это означает, что если разрушение массива пород начинается на контуре выработки, то наиболее разрушенный материал находится на отдаленном расстоянии от выработки. Такой парадоксальный результат произошел от принятого допущения, что $2\mu_* \gg 2k$.

Отметим, что в [15, 16] исследовалась задача запредельного деформирования при плоской деформации с определением характеристик системы дифференциальных уравнений задачи и соотношениями на них. Вещественные характеристики существуют, если выполняется соотношение

$$0 < \frac{\mu_*}{k} < 1.$$

Часть 3

Это случай относится к тому варианту, когда модули $2k$ и $2\mu_*$ достаточно большие по значениям и одного порядка. Основой для анализа являются формулы (11), (13). Полагая в них $2\mu_* \rightarrow \infty$ или $\Gamma_s \rightarrow \Gamma_p$, находим, что зона разрушения здесь вырождается в контур $r = a$.

Выводы

Проанализированы два предельных случая запредельного деформирования массива пород вокруг выработки. Установлено, что когда модуль объемного сжатия больше модуля спада, то определяется зона разрушения с использованием полной диаграммы деформирования горных пород и случай, когда модуль спада гораздо больше модуля объемного сжатия, нереалистичен потому, что наибольшее разрушение здесь происходит не на контуре выработки, а в удаленных точках.

Работа выполнена при финансовой поддержке проекта РФФИ (№ 18-05-00757 А).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Беньявски З. Управление горным давлением. – Москва: Мир, 1990. – 254 с.
2. Bieniawski Z. T., van Heerden W. L. The significance of in-situ tests large rock specimens. Int. J. Rock Mech. Min. Sci., 1975, v. 12, pp. 101–113.
3. Wagner H. Determination of the complete load-deformation characteristics of coal pillars. In: Proc. of 3rd Int. Congr. on Rock Mechanics (ISRM, Denver), 1974, 2B, pp. 1076–1082.
4. Ставрогин А.Н., Тарасов Б.Г. Экспериментальная физика и механика горных пород. – С.-П.: Наука, 2001. – 344 с.
5. Ставрогин А.Н., Протосеня А.Г. Прочность горных пород и устойчивость выработок на больших глубинах. – М.: Недра, 1985. – 272 с.
6. Petukhov I.M., Linkov A.M. The theory of post-failure deformations and the problem of stability in rock mechanics. Int. J. Rock Mech. Mining Sci. & Geomech. Abstr., 1979, 16 (2), pp. 57–76.
7. Linkov A.M. Rockbursts and instability of rock masses. Int. J. Rock Mech. Mining Sci. & Geomech. Abstr., 1996, 33, pp. 727–732.
8. Шемякин Е.М. Задача о хрупком шарнире // Изд. АН. МТТ. – 1996. – № 2. – С. 138–144.
9. Шемякин Е.М. О хрупком разрушении твердых тел (плоская деформация) // Известия Академии наук. Механика твердого тела. – 1997. – № 2. – С. 145–151.
10. Никифоровский В.С., Шемякин Е.И. Динамическое разрушение твердых тел. – Новосибирск: Наука, 1979. – 272 с.
11. Kovrizhnykh A.M. Numerical modeling of rock failure // Journal of Mining Science. 2000. Т. 36. № 2. pp. 125–132.
12. Коврижных А.М., Серяков В.М., Коврижных С.А. Деформирование и разрушение массива вокруг незакрепленной выработки в условиях ползучести // Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал). – 2013. – № 2. – С. 147–154.

13. Kurlenya M.V., Kovrizhnykh A.M. Early diagnosis of seat of rock failure // Journal of Mining Science. 1995. Т. 31. № 6. pp. 405–415.
14. Ревуженко А.Ф. Механика упруго-пластических сред и нестандартный анализ. – Новосибирск: Изд-во Новосибирского ун-та, 2000. – 428 с.
15. Чанышев А.И. К проблеме разрушения деформируемых сред. Ч.I: Основные уравнения // ФТПРПИ. – 2001. – №3. – С. 53–67.
16. Чанышев А.И., Абдулин И.М. Характеристики и соотношения на характеристиках на запредельной стадии деформирования горных пород // ФТПРПИ. – 2008. – № 5. – С. 27–41.

© А. И. Чанышев, И. М. Абдулин, 2019