

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ СОСТАВНЫХ БЛОКОВ ПОРОД С ТРЕЩИНОЙ

Андрей Анатольевич Красновский

Институт горного дела им. Н. А. Чинакала СО РАН, 630091, Россия, г. Новосибирск, Красный пр., 54, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник, тел. (383)205-30-30 доп. 189, e-mail: visanta@ngs.ru

Рассматривается напряженно-деформированное состояние составного блока пород с трещиной. На основе системы сингулярных интегральных уравнений выписаны соотношения, определяющие компоненты смещений и напряжений на всей границе блока пород, берегах трещины и на линии ее продолжения, а также на границе раздела свойств пород. Построен алгоритм численной реализации этих выражений. Проведен анализ полученных результатов.

Ключевые слова: блок пород, неоднородность, трещина, система уравнений, решение, напряжения, смещения.

INVESTIGATION OF STRESS-STRAIN BEHAVIOR OF COMPOUND ROCK BLOCKS WITH CRACK

Andrey A. Krasnovsky

Chinakal Institute of Mining SB RAS, 54, Krasny Prospect St., Novosibirsk, 630091, Russia, Ph. D., phone: (383)205-30-30, extension 189, e-mail: visanta@ngs.ru

In the work stress-strain behavior of compound rock block with crack is considered. Correlations determining components of displacements and stresses at whole border of the rock block, sides of the crack and on the line of crack development and at boundary of rocks are outlined based on system of singular integral equations. Algorithm of numerical realization of these equations is built. The analysis of obtained results is carried out.

Key words: rock block, heterogeneity, crack, system of equations, solution, stresses, displacement.

На практике широкое распространение получили слоистые структуры, представляющие собой соединение различных материалов, применяемые во многих отраслях техники. Оценка и повышение надежности таких неоднородных структур является одной из приоритетных задач механики. Прочность пород определяется не только физико-механической природой, а существенным образом зависит от дефектности – наличием трещин, образованных тем или иным способом, а также наличием естественных микро- и макротрещин различного происхождения и направления, границ блоков структуры, которые являются основными концентраторами напряжений. В процессе деформации в окрестности таких дефектов происходит возрастание концентрации напряжений, что приводит к росту имеющихся трещин, т.е. локальному или полному разрушению пород.

Результаты деформирования блоков пород, ослабленных трещинами, при произвольном нагружении представляют большой интерес для современной механики горных пород. В связи с этим особое внимание уделяется анализу поведения трещин и подобных им дефектов. Математическое моделирование, допускающее теоретический анализ решения позволяет наиболее полно судить о поведении рассматриваемого тела под нагрузкой.

При исследовании напряженно-деформированного состояния тел с трещинами широкое применение нашел метод сингулярных интегральных уравнений. Он особенно удобен при решении плоских задач теории упругости для тел сложной геометрии, содержащих включения, отверстия и трещины произвольной формы.

В данной работе затронут вопрос определения напряженно-деформированного состояния на контуре кусочно-однородного прямоугольного блока пород с трещиной для основных граничных задач без фактического нахождения комплексных потенциалов $\varphi(z)$ и $\psi(z)$ в исследуемой области [1, 2]. Теория строится на основе системы сингулярных интегральных уравнений, связывающих все граничные значения компонент напряжений и смещений [3, 4].

В работе рассмотрено деформирование прямоугольного кусочно-однородного блока пород с трещиной, схема которого представлена на рис. 1, а. На границе представленной области предполагаются различные варианты граничных условий в рамках трех основных задач теории упругости. В данной постановке блок пород состоит из четырех частей, каждая из которых представляет собой односвязную область.

Система сингулярных интегральных уравнений, связывающая граничные значения компонент напряжений и смещений для произвольной односвязной области, имеет вид [4], в которой $\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$, ν – коэффициент Пуассона,

E – модуль Юнга, и содержит функцию $f(t)$, имеющую вид:

$$f(t) = i \int_0^t (X_n + iY_n) ds \quad (1)$$

X_n, Y_n – усилия на контуре Γ в направлении осей x и y соответственно; $t \in \Gamma$, i – мнимая единица.

Предполагается, что на линиях контакта частей блока пород и на части линии l , т.е. линии, содержащей трещину, ($0 \leq x \leq a_1$, $a_2 \leq x \leq a$) имеет место сцепление

$$\sigma_n^+ = \sigma_n^-, \quad \tau_n^+ = \tau_n^-, \quad u^+ = u^-, \quad v^+ = v^-, \quad (2)$$

т. е. непрерывность нормальных и касательных компонент напряжений и смещений, где верхний индекс означает принадлежность той или иной части рассматриваемого блока пород относительно линии контакта или линии l (рис. 1).

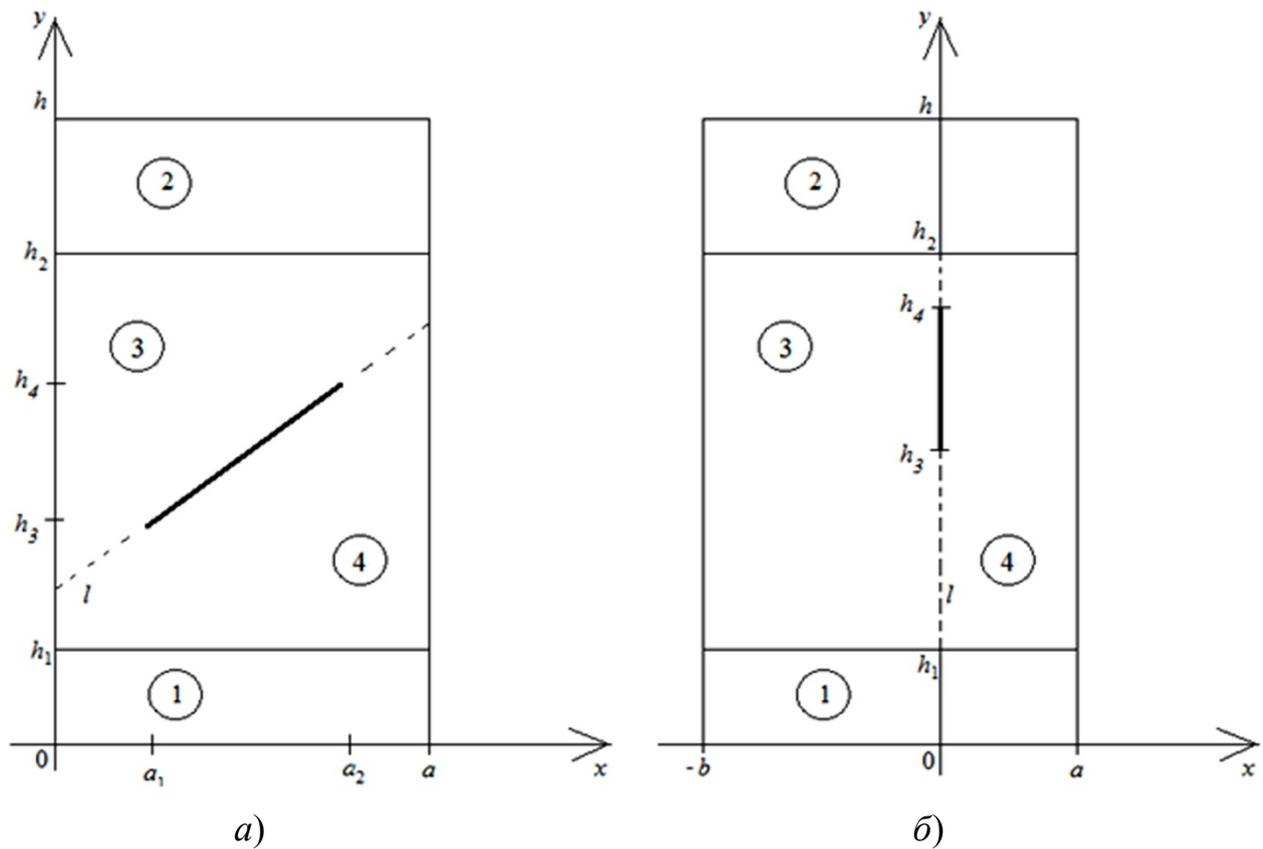


Рис. 1. Схема блока пород с трещиной

На основании [4] и условий (2) выписана система уравнений, связывающая граничные значения компонент напряжений и смещений на контуре блока пород, линиях контакта составляющих его частей [6] и линии l , имеющая вид, аналогичный [5].

В качестве примера рассмотрим случай симметрично расположенной трещины, берега которой свободны от напряжений. Граничные условия на остальной части контура блока пород сформулируем в следующем виде:

$$\sigma_n = \sigma_0 = -1, u = 0 \text{ на гранях } -b \leq x \leq a, y = 0 \text{ и } y = h,$$

$$\sigma_n = 0, \tau_n = 0 \text{ на гранях } 0 \leq y \leq h, x = -b \text{ и } x = a. \quad (3)$$

Будем считать, что $E_1 = E_2, \nu_1 = \nu_2$ (рис. 1, б). Тогда, учитывая геометрическую и силовую симметрию, будем рассматривать четверть блока пород (рис. 2) с контуром $\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2$, $\Gamma_1 = \Gamma_{11} + \Gamma_{12} + \Gamma_{13} + \Gamma_{14}$, $\Gamma_2 = \Gamma_{21} + \Gamma_{22} + \Gamma_{23} + \Gamma_{24}$ где $\Gamma_{11}: 0 \leq x \leq a, y = 0$; $\Gamma_{12}: 0 \leq y \leq h_2, x = a$; $\Gamma_{13}: 0 \leq x \leq a, y = h_2$; $\Gamma_{14}: 0 \leq y \leq h_2, x = 0$, $\Gamma_{21}: 0 \leq x \leq a, y = h_2$; $\Gamma_{22}: h_2 \leq y \leq h, x = a$; $\Gamma_{23}: 0 \leq x \leq a, y = h$; $\Gamma_{24}: h_2 \leq y \leq h, x = 0$, для которого сформулируем граничные условия в виде:

$$\begin{aligned}
v &= 0, \tau_n = 0 \text{ на } \Gamma_{11}, \\
u &= 0, \tau_n = 0 \text{ на } \Gamma_{14} (h_1 \leq y \leq h_2) \text{ и } \Gamma_{24}, \\
\sigma_n &= 0, \tau_n = 0 \text{ на } \Gamma_{12}, \Gamma_{22} \text{ и } \Gamma_{14} (0 \leq y \leq h_1), \\
\sigma_n &= \sigma_0 = -1, u = 0 \text{ на } \Gamma_{23},
\end{aligned} \tag{4}$$

где σ_n, τ_n – нормальные и касательные напряжения; u, v – горизонтальная и вертикальная компоненты смещений.

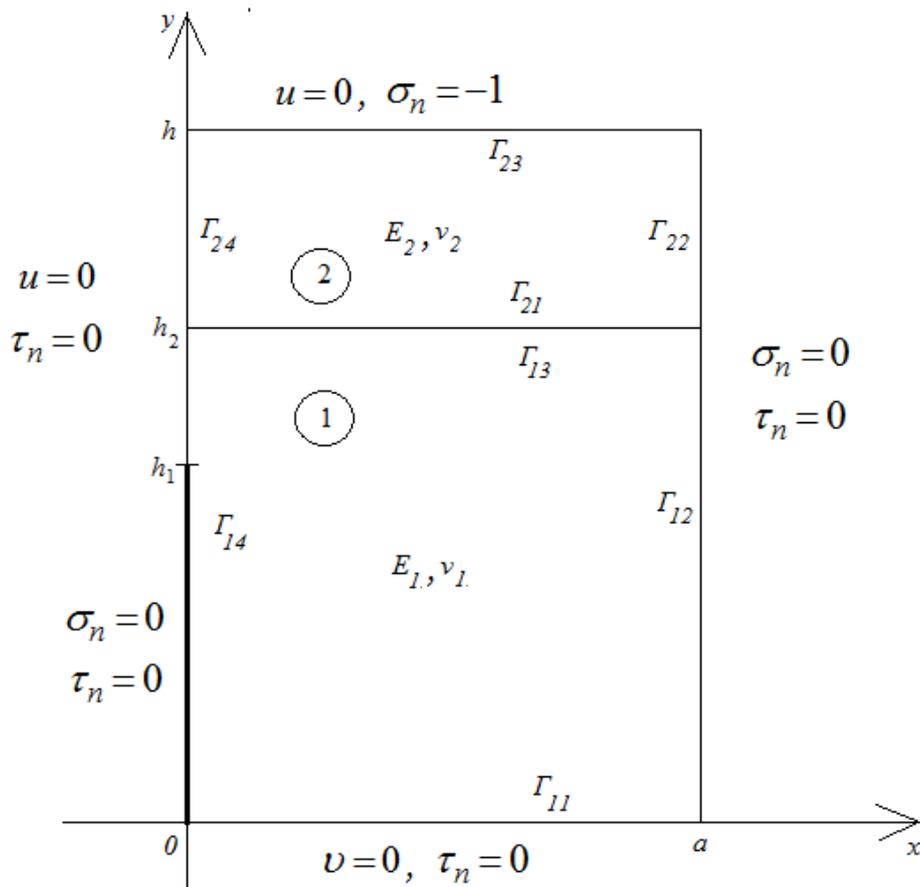


Рис. 2. Расчетная схема четверти прямоугольного блока пород с вертикально симметрично расположенной трещиной

Для численной реализации полученной системы уравнений перейдем к безразмерным величинам, отнеся величины, имеющие размерность длины к ширине блока пород, а размерность напряжений – к характерной величине формулируемых на границе области напряжений, результаты которой распространены по симметрии для всего блока пород (рис. 1) для наглядности. Расчеты проводились при $h=3, a=1, \nu=0.25, E=10^4$ и граничных условиях (4).

На рис. 3 представлено деформирование периметра и границы раздела частей блока пород для случая $h_1 = 0.5$; $h_3 = 1$; $h_4 = 2$; $h_2 = 2.5$. Результаты увеличены по ширине для наглядности.

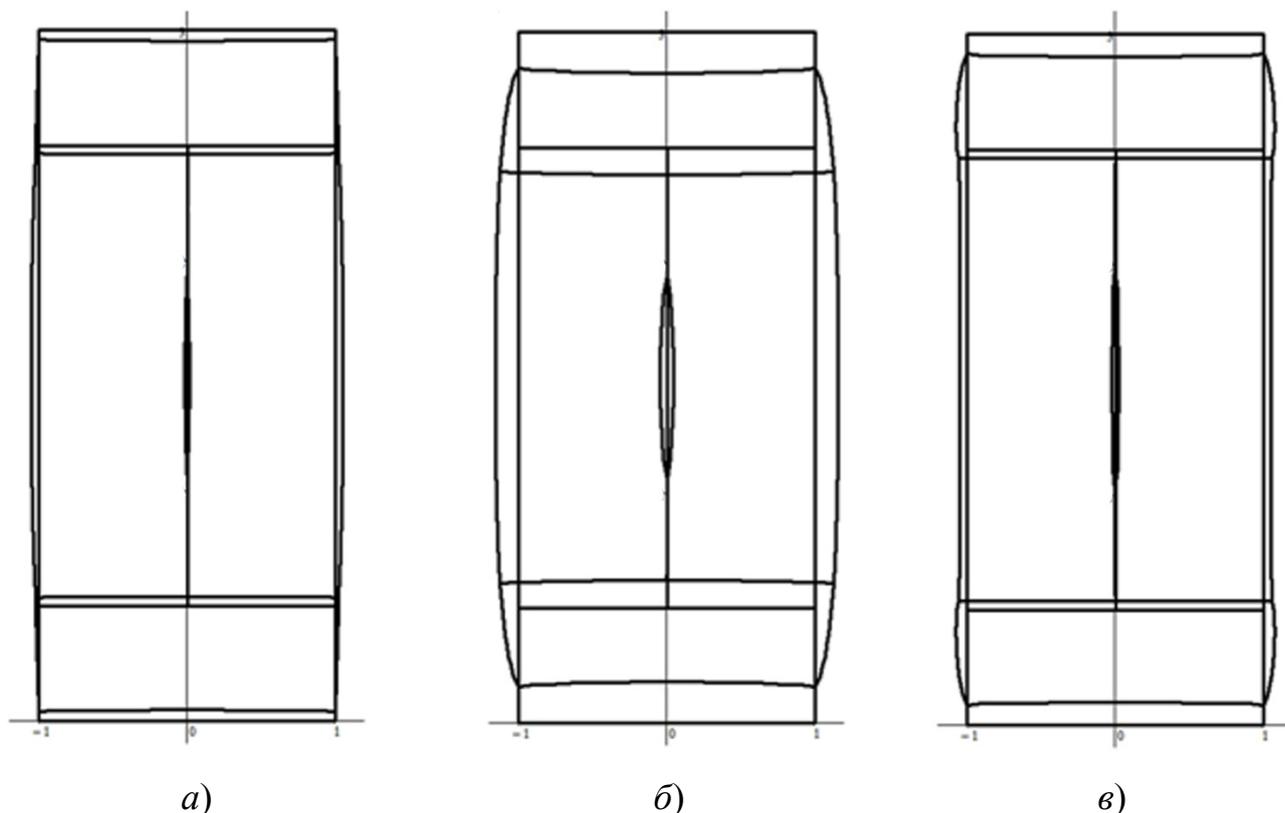


Рис. 3. Деформирование периметра составного блока пород с трещиной для случаев:

а) $E_1 = E_2 = 3E_3 = 3E_4$; б) $E_1 = E_2 = E_3 = E_4$; в) $3E_1 = 3E_2 = E_3 = E_4$

На рис. 4 приведены результаты расчета граничных значений горизонтальной компоненты смещений u и мнимой части функции f для части 3 (части 4) блока пород (рис. 1, б) при $h_3 = 1$; $h_4 = 2$. Кривым 1, 2, 3 соответствуют случаи $E_1 = E_2 = 3E_3 = 3E_4 = 3E$, $E_1 = E_2 = E_3 = E_4 = E$, $3E_1 = 3E_2 = E_3 = E_4 = 3E$ соответственно. При необходимости можно добавить участки $0 \leq y \leq h_1$, $x=0$ и $h_2 \leq y \leq h$, $x=0$, т.е. выдать результаты на всей линии l .

Полученные результаты показывают сложную структуру напряженно-деформированного состояния и зависимость решения от многих параметров. Например, установлено, что в случае однородного блока пород для рассмотренной задачи с граничными условиями (4) при $h_1 < 0.5$ (рис. 2) горизонтальные смещения u на Γ_{14} ($0 \leq y \leq h_1$), описывающие раскрытие трещины, близки к нулю. Такой же эффект наблюдается при $a < 0.15h$ если зафиксировать длину трещины $h_1 = 0.5$ и менять ширину блока пород. Для кусочно-однородного бло-

ка пород зависимость решения от параметров существенно усложняется. Анализ функции (1) позволяет судить о соответствующих компонентах напряжений, как на линии l , так и на других участках границы блока пород и линиях контакта. Для этого нужно продифференцировать полученные результаты для вещественной и мнимой части функции f .

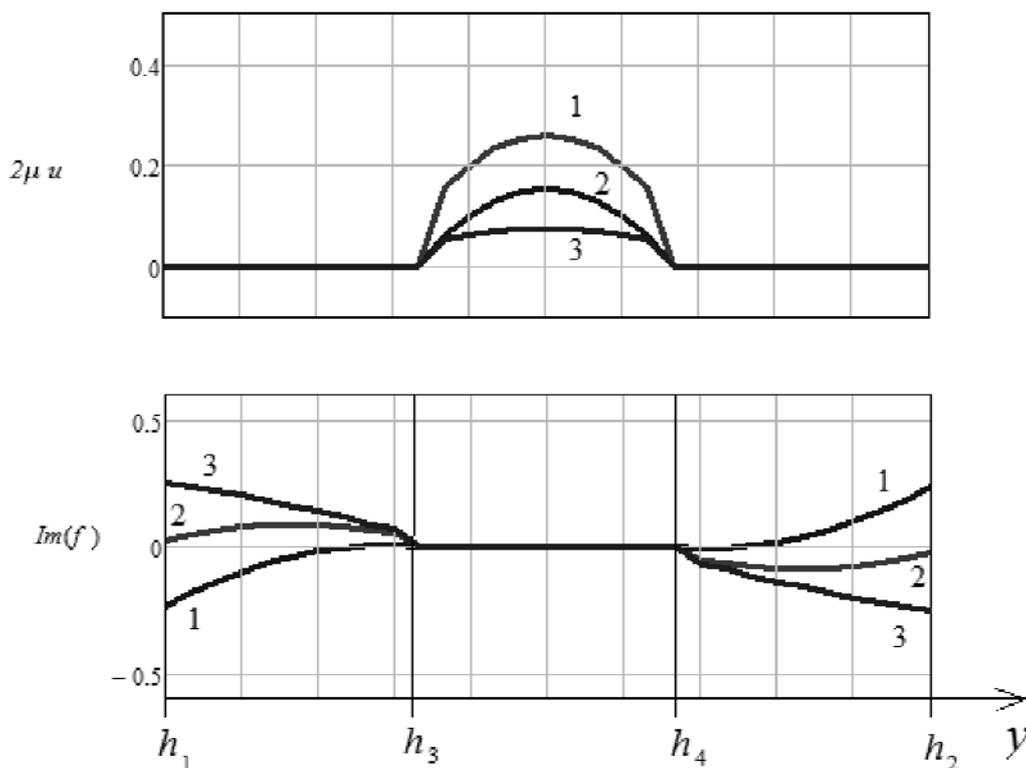


Рис. 4. Граничные значения горизонтальных смещений u и мнимой части функции f на линии $x=0$, $h_1 \leq y \leq h_2$ для случаев:

- 1) $E_1 = E_2 = 3E_3 = 3E_4$; 2) $E_1 = E_2 = E_3 = E_4$; 3) $3E_1 = 3E_2 = E_3 = E_4$

Таким образом, на основе системы сингулярных интегральных уравнений выписаны соотношения, определяющие компоненты смещений и напряжений на всей границе кусочно-однородного блока пород, линиях контакта, берегах трещины и на линии ее продолжения. Представление решения в интегральной форме позволяет осуществить как изучение самого решения, так и организацию варьирования входящими параметрами задачи для достижения желаемых свойств решения. Построен алгоритм численной реализации этих выражений. Проведен анализ полученных результатов.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Мусхелишвили Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. – М.: Наука, 1966. – 706 с.

2. Мусхелишвили Н. И. Сингулярные интегральные уравнения. – М.: Наука, 1968. – 512 с.

3. Красновский А. А., Миренков В. Е. К вопросу идентификации ослаблений в блоке пород // ФТПРПИ. – 2010. – № 2. – С. 26-33.

4. Миренков В. Е. Связь граничных значений компонент напряжений и смещений // ФТПРПИ. – 1978. – № 3. – С. 57-63.

Красновский А. А. Особенности деформирования блоков пород с дефектами при сжатии // Интерэкспо ГЕО-Сибирь. XIV Междунар. науч. конгр. : Междунар. науч. конф. «Недропользование. Горное дело. Направления и технологии поиска, разведки и разработки месторождений полезных ископаемых. Экономика. Геоэкология» : сб. материалов в 6 т. (Новосибирск, 23–27 апреля 2018 г.). – Новосибирск : СГУГиТ, 2018. Т. 5. – С. 85–90.

5. Красновский А. А. О деформировании блоков пород с полостью // Фундаментальные и прикладные вопросы горных пород. – Новосибирск : ИГД СО РАН, 2017. – Т. 2. – С. 76–79.

© А. А. Красновский, 2019