

## БЫСТРОЕ РЕШЕНИЕ ДВУХТОЧЕЧНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ГОРИЗОНТАЛЬНО-СЛОИСТОЙ СРЕДЫ

*Владимир Викторович Карстен*

Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А. А. Трофимука СО РАН, 630090, Россия, г. Новосибирск, пр. Академика Коптюга, 3, научный сотрудник, e-mail: KarstenVV@ipgg.sbras.ru

В задаче расчета годографа отраженной волны в горизонтально-слоистой среде предложен модифицированный параметр, регуляризирующий зависимости и улучшающий скорость сходимости итерационного процесса.

**Ключевые слова:** отраженные волны, годограф, итерационные вычисления.

## A FAST SOLUTION TO THE TWO-POINT PROBLEM IN HORIZONTAL LAYERED MEDIA

*Vladimir V. Karsten*

Trofimuk Institute of Petroleum Geology and Geophysics SB RAS, 3, Prospect Akademik Koptyug St., Novosibirsk, 630090, Russia, Researcher, e-mail: KarstenVV@ipgg.sbras.ru

For the problem of reflected travel time computation in horizontal layered media, a modified parameter is suggested, providing regularization of the formula and improving the iteration solution convergence.

**Key words:** seismic reflections, travel times, iterative computation.

Горизонтально-слоистая среда представляется наиболее простой сейсмической моделью среды. Она может использоваться в качестве начального приближения при построении более сложных моделей, а также в условиях, когда доступные данные не позволяют описать среду более детально, например, при ВСП с одним ближним ПВ.

Для годографа  $t(x)$  отраженной волны в горизонтально-слоистой среде, если мощности слоев равны  $h_i$  и скорости в слоях  $v_i$ , известно параметрическое выражение [1] с использованием параметра луча  $p$ :

$$x = 2p \sum \frac{v_i h_i}{\sqrt{1 - p^2 v_i^2}}, \quad (1)$$

$$t = 2 \sum \frac{h_i}{v_i \sqrt{1 - p^2 v_i^2}}. \quad (2)$$

Обозначив углы падения и отражения во всех слоях  $\alpha_i$ , в соответствии с законом Снеллиуса, для параметра луча, сохраняющего свое значение во всех слоях, можно записать  $p = \frac{dx}{dt} = \frac{\sin \alpha_i}{v_i}$ .

При решении двухточечной задачи необходимо тем или иным итерационным методом найти значение параметра  $p$ , соответствующего заданному удалению  $x$ , а затем с найденным значением параметра рассчитать время пробега волны  $t$ .

Для параметра луча существует критическое значение  $p^* = \frac{1}{v_{\max}}$ , определяемое слоем с максимальной скоростью в модели  $v_{\max}$ . Параметр может принимать значения только из интервала  $-p^* \leq p \leq p^*$ . Если в ходе итерационного процесса параметр принимает недопустимое значение, необходимо вводить некоторую штрафную функцию, что замедляет сходимость решения. Кроме того, при приближении параметра  $p$  к критическому значению, удаление  $x$  резко возрастает, стремясь к бесконечности, что также не лучшим образом сказывается на скорости сходимости.

Для устранения этих трудностей предлагается ввести модифицированный параметр  $p'$ , определяемый для данной модели в зависимости от максимальной скорости  $v_{\max}$ , как  $p' = \frac{p}{\sqrt{1 - p^2 v_{\max}^2}} = \frac{\text{tg } \alpha_{\max}}{v_{\max}}$ .

Как видно, модифицированный параметр связан с углом падения и отражения  $\alpha_{\max}$  в слое с максимальной скоростью, хотя в других слоях такая связь, в отличие от исходного параметра  $p$ , не сохраняется. Соответственно, обратное преобразование параметров запишется как  $p = \frac{p'}{\sqrt{1 + p'^2 v_{\max}^2}}$ , и уравнение годографа с модифицированным параметром будет выглядеть следующим образом:

$$x = 2p' \sum \frac{v_i h_i}{\sqrt{1 + p'^2 (v_{\max}^2 - v_i^2)}}, \quad (3)$$

$$t = 2\sqrt{1 + p'^2 v_{\max}^2} \sum \frac{h_i}{v_i \sqrt{1 + p'^2 (v_{\max}^2 - v_i^2)}}. \quad (4)$$

Если заранее рассчитать разности квадратов скоростей, повторяемая в итерационном цикле формула для вычисления удаления  $x$  (3) имеет ровно ту же вычислительную сложность, что и исходная формула (1) с параметром  $p$ . Определение времени  $t$  по формуле (4) требует больше вычислений, чем по формуле (2), но эти вычисления необходимо провести только один раз, после трассировки луча.

Однако некоторое усложнение вычислений окупается значительно большей регулярностью полученных зависимостей. Модифицированный параметр  $p'$  может принимать любые вещественные значения, и при стремлении па-

раметра к бесконечности удаление  $x$  возрастает линейно в зависимости от максимальной скорости  $v_{\max}$  и мощности слоя с максимальной скоростью  $h_{\max}$ , как

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x = 2 \sum_{v_i \neq v_{\max}} \frac{v_i h_i}{\sqrt{v_{\max}^2 - v_i^2}} + 2 p' h_{\max} v_{\max} = x_0 + 2 p' h_{\max} v_{\max}. \quad (5)$$

Вблизи же вертикали зависимость удаления от модифицированного параметра  $p'$  такая же, как и от исходного  $p$ :

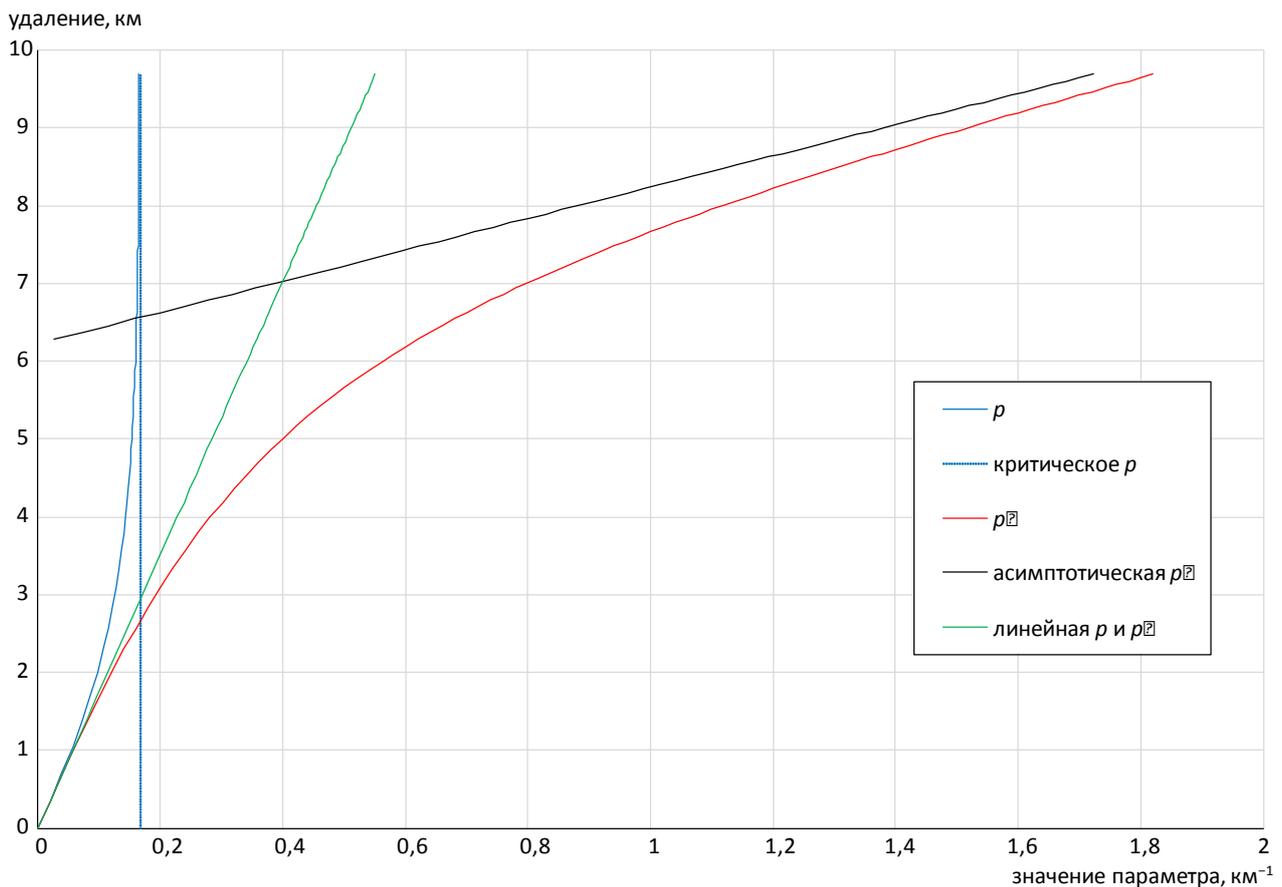
$$\frac{dx}{dp}(0) = \frac{dx}{dp'}(0) = 2 \sum h_i v_i. \quad (6)$$

Применение модифицированного параметра можно проиллюстрировать на примере 11-слойной контрастной модели, соответствующей сейсмогеологическим условиям Сибирской платформы. Параметры модели представлены в таблице.

Горизонтально-слоистая модель

Глубина кровли, м	Скорость, км/с	Мощность, км
0	2,791	0,2200
0,22	5,238	0,2875
0,5075	4,803	0,1225
0,63	6,000	0,1675
0,7975	4,880	0,1425
0,94	5,683	0,2675
1,2075	4,786	0,2425
1,45	5,805	0,1500
1,6	5,703	0,0900
1,69	5,630	0,0600
1,75	3,000	0,0175
1,7675	4,253	

При расчете годографа волны, отраженной от подошвы нижнего слоя, максимальная скорость составит 6,0 км/с. Зависимости удаления точки выхода луча этой волны от параметров  $p$  и  $p'$  представлены на рисунке синей и красной линиями, соответственно. Критическое значение параметра  $p$ , равное  $1/6 \text{ км}^{-1}$ , отмечено пунктиром. Видно, что при приближении к этому значению малые изменения параметра вызывают большие изменения удаления. При использовании модифицированного параметра  $p'$  подобных особенностей не наблюдается. На рис. 1 также нанесены предельные аппроксимации зависимости удаления: зеленой линией при малых удалениях, черной – при бесконечно больших.



Зависимости удаления точки выхода луча, отраженного от подошвы нижнего слоя 11-слойной модели, от значений параметров  $p$  и  $p'$  и их предельные значения

Таким образом, применение модифицированного параметра позволяет получить быструю сходимость итерационной процедуры для любых удалений. Этот метод реализован в обрабатывающей системе VSPLab. По опыту его применения, достижение машинной точности вычисления требует не более 5 итераций.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Боганик Г. Н., Гурвич И. И. Сейсмическая разведка. – М.: Недра, 1980. – 551 с.

© В. В. Карстен, 2019