

## **БЫСТРЫЕ АЛГОРИТМЫ ТРЕХМЕРНОГО ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПОКАЗАНИЙ ЗОНДОВ ВИКИЗ И БКЗ, УЧИТЫВАЮЩИЕ НЕРАВНОКОМПОНЕНТОЕ ПОЛЕ НАПРЯЖЕНИЙ В ОКРЕСТНОСТИ СКВАЖИНЫ**

***Ирина Владимировна Суродина***

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, 630090, Россия, г. Новосибирск, пр. Академика Лаврентьева, 6, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник, тел. (913)903-87-41, e-mail: sur@ommfao1.sscs.ru; Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А. А. Трофимука СО РАН, 630090, Россия, г. Новосибирск, пр. Академика Коптюга, 3, старший научный сотрудник

***Галина Владимировна Нестерова***

Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А. А. Трофимука СО РАН, 630090, Россия, г. Новосибирск, пр. Академика Коптюга, 3, старший научный сотрудник, e-mail: NesterovaGV@ipgg.sbras.ru

В работе рассматриваются быстрые алгоритмы трехмерного математического моделирования показаний зондов бокового каротажного зондирования (БКЗ) и зондов высокочастотного изопараметрического каротажного зондирования (ВИКИЗ), выполненные на основе метода конечных разностей. Приводятся результаты численных расчетов для моделей сред с учетом неравнокомпонентных полей напряжений в окрестности скважины.

**Ключевые слова:** уравнение Гельмгольца, уравнение Пуассона, каротаж, математическое моделирование, конечные разности.

## **FAST 3D ALGORITHMS OF VIKIZ AND BKZ LOG NUMERICAL SIMULATION TAKING INTO ACCOUNT THE UNEQUAL COMPONENT NATURAL STRESS FIELD IN THE BOREHOLE ENVIRONMENT**

***Irina V. Surodina***

Institute of the Computational Mathematics and Mathematical Geophysics SB RAS, 6, Prospect Akademik Lavrentiev St., Novosibirsk, 630090, Russia, Ph. D., Senior Researcher, phone: (913)903-87-41, e-mail: sur@ommfao1.sscs.ru; Trofimuk Institute of Petroleum Geology and Geophysics SB RAS, Russia, 630090, Novosibirsk, Koptyug Prospect 3, Senior Researcher.

***Galina V. Nesterova***

Trofimuk Institute of Petroleum Geology and Geophysics SB RAS, 3, Prospect Akademik Koptyug St., Novosibirsk, 630090, Russia, Senior Researcher, e-mail: NesterovaGV@ipgg.sbras.ru

The paper deals with fast algorithms for three-dimensional mathematical modeling of the Russian lateral log (BKZ) and data of high-frequency induction isoparametric logging tool (VIKIZ), performed on the basis of the finite difference method. Numerical experiments are presented for formation models taking into account unequal component stress-strain state in the borehole environment.

**Key words:** Helmholtz equation, Poisson equation, logging, mathematical simulation, finite differences.

## Введение

Данная статья является продолжением серии работ авторов [1-3]. За время, прошедшее с момента первой публикации, авторами накоплен значительный опыт в этом направлении. Усовершенствованы алгоритмы и программы, используемые для трехмерного моделирования, что позволило существенно ускорить вычисления.

Ранее рассчитывались модели, где учитывалось напряженно-деформированное состояние пород, окружающих скважину, которые имели две оси симметрии – относительно оси X и оси Y и временную зависимость. Пласт рассматривался однородным по глубине, от переменной z распределение удельного электрического сопротивления среды (УЭС) не зависело. Теперь исходная модель усложнилась – появилась зависимость и от глубины (переменной z), что привело к необходимости расчетов для каждого конкретного момента времени профилей сигналов каротажных приборов. Таким образом, количество необходимых расчетов существенно возросло.

### Постановка задач и методы решения

При бурении и последующих работах на скважине изменяется напряженно-деформированное состояние пород, ее окружающих [4-6]. В случае неравнокомпонентного поля напряжений [7] пористость и проницаемость вблизи скважины будут изменяться в радиальных направлениях по-разному в зависимости от азимутального угла. Как следствие этого, распределения водонасыщенности, минерализации пластового флюида, удельного электрического сопротивления (УЭС) в пласте становятся существенно трехмерными.

Типичный пример модели среды, полученной с учетом неравнокомпонентного поля напряжений в окрестности скважины, приведен на рис. 1 и 2.

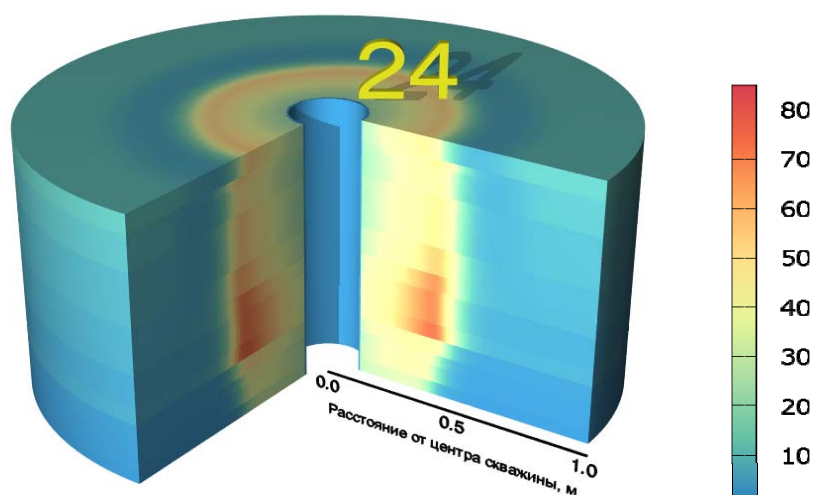


Рис. 1. Модель распределения удельного электрического сопротивления  $\rho(x, y, z)$  (Ом·м), рассчитанная для момента времени 24 часа после бурения

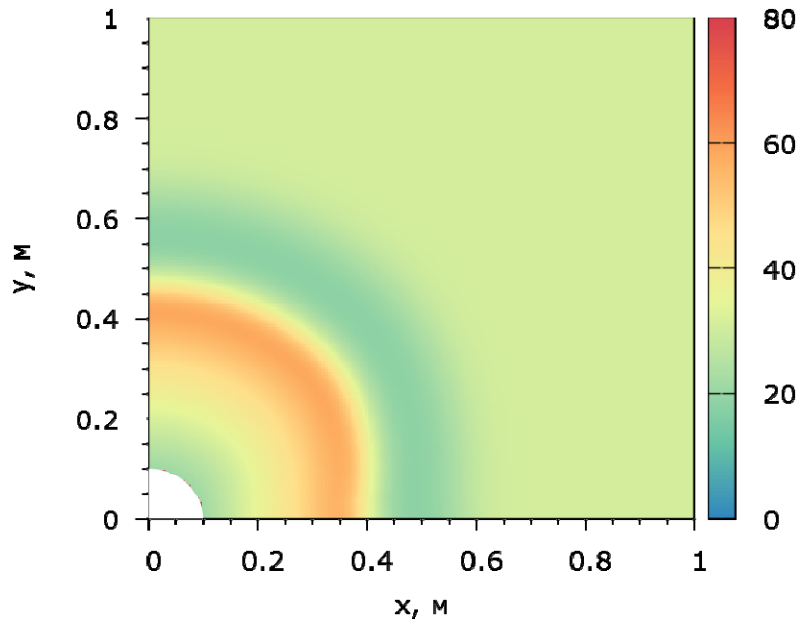


Рис. 2. Распределение удельного электрического сопротивления во втором модельном слое (рис. 1) (сверху) в плоскости (x,y)

Итак, распределение электропроводности  $\sigma(x, y, z) = 1/\rho(x, y, z)$  считается заданным.

### Задача ВИКИЗ

Для амплитуд электрического и магнитного поля справедливы уравнения Максвелла:

$$\begin{cases} \text{rot} \vec{H} = \sigma \vec{E} - i\omega \varepsilon \vec{E} - \vec{j} \\ \text{rot} \vec{E} = i\omega \mu \vec{H} \end{cases} \quad (1)$$

Здесь  $\mu = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$  – магнитная проницаемость,  $\omega$  – циклическая частота, среде,  $\varepsilon(x, y, z)$  – диэлектрическая проницаемость,  $\vec{j}$  – источник стороннего тока (плотность тока),  $\vec{E}$  – электрическое поле,  $\vec{H}$  – магнитное поле.

В предыдущих работах задача формулировалась для уравнения в частных производных второго порядка относительно вектора аномального электрического поля [1-3]:

$$\text{rot rot} \vec{E}^a + \vec{E}^a (i\omega \varepsilon - \sigma) i\omega \mu = \vec{E}^0 (\sigma - \sigma_0 - i\omega \varepsilon) i\omega \mu \quad (2),$$

где  $\sigma_0(x, y, z)$  – электропроводность в однородной среде,  $\vec{E}^a = (E_x^a, E_y^a, E_z^a)$  – вектор аномального электрического поля в декартовой системе координат (ось Z совпадает с осью зонда и направлена вниз). В качестве источника, мы рассмат-

риваем магнитный диполь с моментом  $\vec{M} = \{0, 0, M_z\}$ , направленным вдоль оси  $Z$ . Компоненты электрического поля  $E_x^0, E_y^0, E_z^0$  в однородной среде описываются следующими выражениями:

$$E_x^0 = -\frac{i\omega\mu M_z}{4\pi R^2} \cdot \frac{y}{R} (1 + k_0 R) e^{-k_0 R}$$

$$E_y^0 = -\frac{i\omega\mu M_z}{4\pi R^2} \cdot \frac{x}{R} (1 + k_0 R) e^{-k_0 R},$$

$$E_z^0 = 0,$$

здесь  $R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ ,  $k_0^2 = -i\omega\mu\sigma_0$ .

Преобразуем уравнение (2) с учетом того факта, что в данном случае выполняется тождество -  $\text{div}\vec{E} = 0$ . В результате преобразований получим векторное уравнение Гельмгольца:

$$-\Delta^2 \vec{E}^a + \vec{E}^a (i\omega\varepsilon - \sigma) i\omega\mu = \vec{E}^0 (\sigma - \sigma_0 - i\omega\varepsilon) i\omega\mu \quad (3).$$

В рассматриваемом диапазоне частот (от 0.5 МГц до 14 МГц) в соответствии со скин-эффектом электромагнитное поле экспоненциально затухает с удалением от источника. Это позволяет поставить нулевые граничные условия для вектора  $\vec{E}^a$  вдали от источника.

Используя консервативную конечно-разностную схему для случая разрывных коэффициентов на неравномерной сетке [8] приходим к системе линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Далее, как и в [3], симметризуем полученную СЛАУ. Ранее применялся метод эрмитового разложения для решения СЛАУ с комплексной неэрмитовой матрицей. После успешного применения метода сопряженных ортогональных сопряженных невязок (СОСР) [9] для двумерных задач ВИКИЗ было решено и в трехмерной задаче применить этот метод решения, как наиболее быстрый.

В качестве преобуславливателя используем оригинальный, полностью параллельный в реализации на GPU (Graphics Processing Unit) алгоритм аппроксимации обратной матрицы (на основе алгоритма Хотеллинга-Шульца) [10].

Полученная матрица СЛАУ в результате дискретизации уравнения (3) имеет большее диагональное преобладание, чем матрица СЛАУ для уравнения (2); соответственно итерационный метод быстрее сходится.

Таким образом, замена исходного уравнения и метода решения позволила существенно ускорить время расчетов. Программа написана с учетом GPU архитектуры. Каждый зонд рассчитывается отдельно, для расчетов требуется 1 видеокарта. Можно рассчитывать, как на кластере, используя одновременно 5 центральных процессоров и 5 видеокарт, так и на ноутбуке (с приемлемой для математических расчетов видеокарте), последовательным образом считая все

зонды. На кластере можно также легко распараллелить процесс для моделей по времени, используя для каждой временной модели свой процессор, а также можно распараллелить и по каротажному профилю. Это выполняется элементарно и не представляет собой особой технологической сложности. В случае больших расчетов это легко можно реализовать. Тестовые расчеты были проведены на 1 видеокarte с использованием одного центрального процессора.

Например, типичное время расчета для зонда с частотой 14 МГц для одного момента времени (длина диагонали матрицы  $N=2414475$ , число точек профиля 240, последовательный перебор) составляет 14 минут на видеокarte K40. Расчеты проводились на НКС-30Т ССКЦ СО РАН. Предыдущий аналогичный вариант расчетов занимал 20 минут.

### **Задача БКЗ**

Постановка прямой задачи моделирования показаний зондов бокового каротажного зондирования и метод ее решения на GPU не претерпели каких-либо существенных изменений по сравнению с [3], поэтому лишь вкратце напомним об этом.

Прямая задача моделирования показаний зондов БКЗ сводится к моделированию поля точечного источника в среде с известным распределением электропроводности  $\sigma(x, y, z) = 1/\rho(x, y, z)$ , которое описывается уравнением Пуассона. В цилиндрической системе координат данное уравнение имеет вид

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \sigma r \frac{\partial U^a}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( \sigma \frac{\partial U^a}{\partial \phi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \sigma \frac{\partial U^a}{\partial z} \right) =$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( (\sigma_0 - \sigma) r \frac{\partial U^0}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( (\sigma_0 - \sigma) \frac{\partial U^0}{\partial \phi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( (\sigma_0 - \sigma) \frac{\partial U^0}{\partial z} \right), \quad (4)$$

где  $U = U^0 + U^a$ ,  $U$  - полный потенциал электрического поля,  $U^0 = \frac{I}{4\pi\sigma_0 R}$  - потенциал точечного источника, находящегося в однородной среде на вертикальной оси в точке  $z=0$ ,  $U^a$  - аномальный потенциал,  $I$  - сила тока,  $R = \sqrt{r^2 + z^2}$ . При удалении от источника потенциал затухает как  $1/R$ , поэтому для функции  $U^a$  вдали от источников  $U^a|_{r=R} = 0$ ,  $U^a|_{z=\pm Z} = 0$ . Потребуем также выполнения условия периодичности  $U^a|_{\phi=0} = U^a|_{\phi=2\pi}$ .

Дискретизация уравнения (3) конечно-разностным методом [8] и последующая его симметризация приводит к системе линейных алгебраических уравнений

$$Ax = b,$$

где  $A$  - действительная, симметричная, сильно разреженная, положительно определенная матрица. Полученная система решается методом сопряженных градиентов с оригинальным предобуславливателем, полностью параллельным в реализации на GPU. В отличие от алгоритмов для ВИКИЗ, алгоритмы для БКЗ позволяют рассчитывать показания всех зондов одновременно. Что касается расчетов, относящихся к разным временным моделям, они могут быть выполнены как на 1 процессоре (1 видеокарта), так и на кластере с распараллеливанием по каротажному профилю и по моделям. Представленные ниже расчеты были выполнены на 1 процессоре с одной видеокартой. Расчет 240 точек профиля для модели, соответствующей одному моменту времени (длина диагонали матрицы  $N=1683000$ ), занимает всего 4 минуты на видеокарте K40.

### Результаты расчетов

На рис. 3, 4 приведены результаты тестовых расчетов показаний зондов ВИКИЗ и БКЗ, соответствующих модели, приведенной на рис. 1. Цель данных расчетов состояла в том, чтобы проверить правильность работы программ на моделях такого типа и примерно оценить время расчетов. Обсуждение самих результатов расчетов, эффект влияния того или иного параметра, отвечающего за неравнокомпонентность поля напряжений в окрестности скважины – это предмет для отдельной статьи.

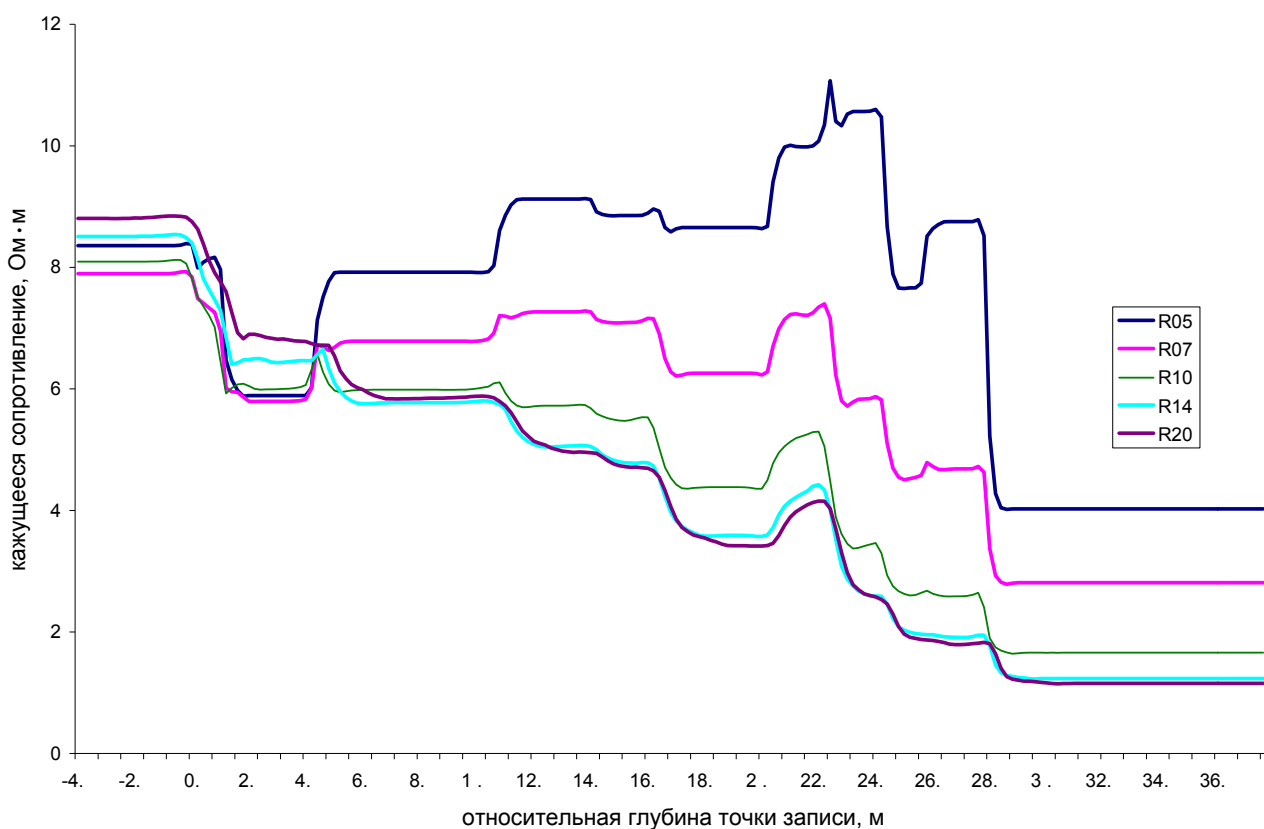


Рис. 3. Показания зондов ВИКИЗ для модели рис. 1

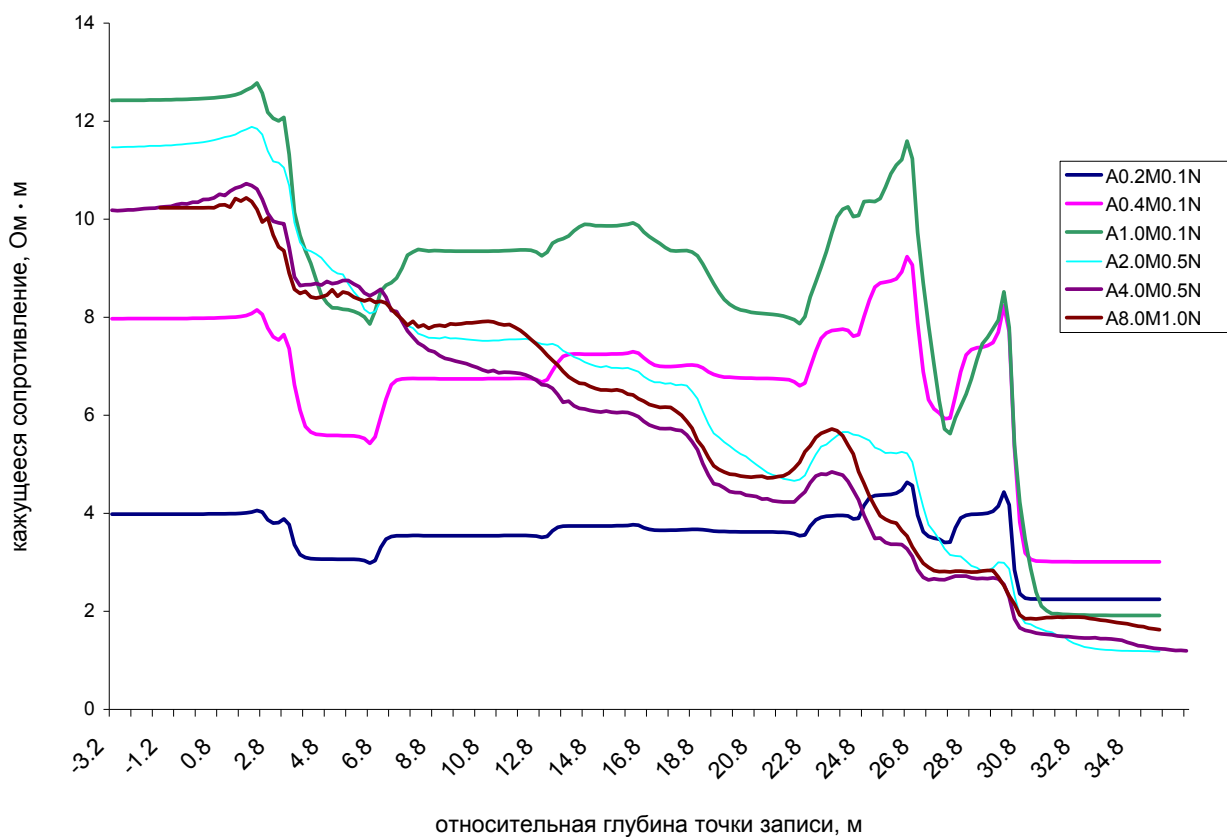


Рис. 4. Показания зондов БКЗ для модели рис. 1

### Заключение

Изучение все более сложных объектов, в частности, пластов с различными геомеханическими свойствами не только в радиальном, но и азимутальном направлениях, требует их трехмерного представления. Соответственно, актуальными становятся и быстрые, эффективные методы расчетов каротажных диаграмм, используемых для изучения объекта. В работе представлен усовершенствованный вариант расчета диаграмм ВИКИЗ, который выполняется в 1.4 раза быстрее предыдущего варианта. Подготовлены программы БКЗ и ВИКИЗ для массовых расчетов.

*Работа выполнена при поддержке проекта НИР № 0315-2016-0005 «Методы создания, исследования и идентификации математических моделей с помощью суперкомпьютеров», проекта ФНИ № 0331-2019-0015 «Реалистичные теоретические модели и программно-методическое обеспечение геоэлектрики гетерогенных геологических сред», проекта ИСГЗ ФАНО 0331-2016-0034 "Скважинная геофизика в электропроводящих анизотропных диспергирующих средах на основе высокопроизводительных решений трехмерных задач, высокоточных данных каротажа и лабораторных исследований керна", программы IX.128.3. «Реалистичные теоретические модели и программно-методическое обеспечение магнито-, электродинамики гетерогенных геологических сред».*

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Суродина И.В., Нестерова Г.В. Трехмерное численное моделирование показаний зондов ВИКИЗ и БКЗ на графических процессорах // 16-я научно-практическая конференция по вопросам геологоразведки и разработки месторождений нефти и газа «Геомодель 2014», 8–11 сентября 2014 г., Геленджик. – 4 с. DOI: 10.3997/2214-4609.20142232, <http://earthdoc.org/publication/publicationdetails/?publication=77926>.
2. Моделирование влияния неравнокомпонентного поля напряжений в окрестности скважины на диаграммы ВИКИЗ и БКЗ [Электронная публикация] / Нестерова Г.В., Ельцов И.Н., Назаров Л.А., Назарова Л.А., Суродина И.В. // Тезисы конференции «Геомодель-2014: 16-я научно-практическая конференция по вопросам геологоразведки и разработки месторождений нефти и газа», (г. Геленджик, Россия, 8–11 сентября 2014 г.) – 4 с. DOI: 10.3997/2214-4609.20142233, <http://earthdoc.org/publication/publicationdetails/?publication=77927>.
3. Суродина, И.В, Нестерова, Г.В. Моделирование показаний зондов ВИКИЗ и БКЗ на графических процессорах / Петрофизика сложных коллекторов: проблемы и перспективы 2015. - Сборник статей EAGE. - С. 85-94.
4. Интерпретация геофизических измерений в скважинах с учетом гидродинамических и геомеханических процессов в зоне проникновения / Ельцов И.Н., Назаров Л.А., Назарова Л.А., Нестерова Г.В., Эпов М.И. // ДАН. – 2012. – Т. 445. – № 6. – С. 671-674.
5. Скважинная геоэлектрика нефтегазовых пластов, разбуриваемых на репрессии давления в неравнокомпонентном поле напряжений / Ельцов И.Н., Назарова Л.А., Назаров Л.А., Нестерова Г.В., Соболев А.Ю., Эпов М.И.// Геология и геофизика, 2014, № 5-6. – С. 979-990
6. Эволюция геомеханических и электрогидродинамических полей в массиве горных пород при бурении глубоких скважин / Назарова Л.А., Назарова Л.А., Эпов М.И., Ельцов И.Н. // ФТПРПИ. –2013. –№ 5. – С. 37-49.
7. Hickman S.N., Healy J.H., Zoback M.D. In Situ Stress, Natural Fracture Distribution, and Borehole Elongation in the Auburn Geothermal Well, Auburn, New York //Journal of geophysical research. – 1985. – Vol. 90. – № B7. – P. 5497-5512.
8. Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1989. – 655 с.
9. Surodina I. The GPU Solvers for High-Frequency Induction Logging // Numerical Analysis and Its Applications, NAA 2016, Lecture Notes in Computer Science. – Vol. 10187. – P. 640–647. – URL: <https://link.springer.com/content/pdf/10.1007%2F978-3-319-57099-0.pdf>.
10. Labutun I.B., Surodina I.V. Algorithm for Sparse Approximate Inverse Preconditioners in Conjugate Gradient Method // Reliable Computing (Interval Computations) Journal [http://interval.louisiana.edu/reliable-computing-journal/tables-of-contents.html#Volume\\_18](http://interval.louisiana.edu/reliable-computing-journal/tables-of-contents.html#Volume_18).

© И. В. Суродина, Г. В. Нестерова, 2019