

## **ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДОПУСТИМОЙ ПОГРЕШНОСТИ ВЫСОТ ГРАВИМЕТРИЧЕСКИХ ПУНКТОВ В УСЛОВИЯХ НЕОДНОРОДНОГО ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ**

*Денис Николаевич Голдобин*

Сибирский государственный университет геосистем и технологий, 630108, Россия, г. Новосибирск, ул. Плахотного, 10, инженер кафедры космической и физической геодезии, тел. (383)361-01-59, e-mail: kaf.astronomy@ssga.ru

*Вадим Федорович Канушин*

Сибирский государственный университет геосистем и технологий, 630108, Россия, г. Новосибирск, ул. Плахотного, 10, кандидат технических наук, доцент кафедры космической и физической геодезии, тел. (383)361-01-59, e-mail: kaf.astronomy@ssga.ru

*Ирина Геннадьевна Ганагина*

Сибирский государственный университет геосистем и технологий, 630108, Россия, г. Новосибирск, ул. Плахотного, 10, кандидат технических наук, доцент, зав. кафедрой космической и физической геодезии, тел. (383)361-01-59, e-mail: kaf.astronomy@ssga.ru

*Наталья Ньургустановна Федотова*

Сибирский государственный университет геосистем и технологий, 630108, Россия, г. Новосибирск, ул. Плахотного, 10, магистрант, инженер кафедры космической и физической геодезии, тел. (383)361-01-59, e-mail: natasleptsova94@gmail.com

В работе даны обоснования использования вертикального градиента нормальной силы тяжести для определения допустимой погрешности определения высот гравиметрических пунктов на территории Новосибирской области. Получены результаты точности высотной привязки гравиметрических пунктов с учетом неоднородности гравитационного поля на исследуемой территории. Даны рекомендации повышения точности вычисления допустимых погрешностей высотного обеспечения гравиметрической съемки на равнине и на территориях с большим перепадом высот или высокой аномальностью гравитационного поля.

**Ключевые слова:** гравиметрическая съемка, гравиметрические пункты, допустимая погрешность, геодезическое обеспечение, горизонтальные градиенты аномалия силы тяжести.

## **DETERMINATION OF THE PERMISSIBLE ERROR OF THE HEIGHTS OF GRAVIMETRIC POINTS UNDER THE CONDITIONS OF A NON-UNIFORM GRAVITATIONAL FIELD**

*Denis N. Goldobin*

Siberian State University of Geosystems and Technologies, 10, Plakhotnogo St., Novosibirsk, 630108, Russia, Engineer, Department of Space and Physical Geodesy, phone: (383)361-01-59, e-mail: kaf.astronomy@ssga.ru

*Vadim F. Kanushin*

Siberian State University of Geosystems and Technologies, 10, Plakhotnogo St., Novosibirsk, 630108, Russia, Ph. D., Associate Professor, Department of Space and Physical Geodesy, phone: (383)361-01-59, e-mail: kaf.astronomy@ssga.ru

***Irina G. Ganagina***

Siberian State University of Geosystems and Technologies, 10, Plakhotnogo St., Novosibirsk, 630108, Russia, Ph. D., Associate Professor, Head of Department of Space and Physical Geodesy, phone: (383)361-01-59, e-mail: kaf.astronomy@ssga.ru

***Natalia N. Fedotova***

Siberian State University of Geosystems and Technologies, 10, Plakhotnogo St., Novosibirsk, 630108, Russia, Graduate, Engineer, Department of Space and Physical Geodesy, phone: (383)361-01-59, e-mail: natasleptsova94@gmail.com

The paper presents the rationale for using the vertical gradient of normal gravity to determine the allowable error in determining the heights of gravimetric points in the territory of the Novosibirsk region. The results of the accuracy of the high-altitude binding of gravimetric points, taking into account the heterogeneity of the gravitational field in the study area. Recommendations are given to improve the accuracy of calculating the allowable errors of the high-altitude support of gravimetric surveys in the plain and in areas with a large elevation difference or a high anomaly of the gravitational field.

**Key words:** fourier series in a system of spherical functions, horizontal and vertical gradients of the anomalous gravitational field, errors of topographic and geodetic software, normal gravity.

***1. Обоснование требований к точности геодезического обеспечения гравиметрической съемки***

В практике геофизических работ используется в основном аномалия в свободном воздухе:

$$\Delta g_{\text{св.в}} = g - \gamma, \quad (1)$$

где  $g$  – измеренное значение силы тяжести;  
 $\gamma$  – нормальное значение силы тяжести.

Нормальное значение силы тяжести вычисляется по формуле

$$\gamma = \gamma_0 - 0,3086 \cdot H, \quad (2)$$

где  $-0.3086 \cdot H$  – поправка за высоту  $H$  точки наблюдения [6].

Соответственно аномалия силы тяжести в свободном воздухе равна:

$$\Delta g_{\text{св.в}} = g - \gamma_0 + 0,3086 \cdot H. \quad (3)$$

Для обоснования требований к точности геодезического обеспечения гравиметрической съемки выполним дифференцирование формулы нормальной силы тяжести на поверхности эллипсоида по широте  $B$ :

$$\gamma_0 = \gamma_e (1 + \beta \sin^2 B - \beta_1 \sin^2 2B). \quad (4)$$

Получим

$$\frac{\partial \Delta g_{\text{св.в.}}}{\partial B} = \frac{\partial \gamma_0}{\partial B} = \gamma_e (\beta \sin 2B - 2\beta_1 \sin 4B). \quad (5)$$

Эта производная определяет скорость изменения нормальной силы тяжести с изменением широты. Учитывая малость второго члена в скобках, запишем

$$\frac{\partial \Delta g_{\text{св.в.}}}{\partial B} = \frac{\partial \gamma_0}{\partial B} = \gamma_e \beta \sin 2B. \quad (6)$$

Дифференцируя уравнение (3) по параметрам  $H$ , получим

$$\frac{\partial \Delta g_{\text{св.в.}}}{\partial H} = 0 + \frac{\partial \gamma_0}{\partial H} = 0,3086 \text{ мГал.} \quad (7)$$

Если взять полный дифференциал от функции (3)

$$d\Delta g_{\text{св.в.}} = \frac{\partial \gamma_0}{\partial B} dB + \frac{\partial \gamma_0}{\partial H} dH, \quad (8)$$

И, переходя к средним квадратическим ошибкам, получим

$$m_{\Delta g_{\text{св.в.}}}^2 = \left( \frac{\partial \gamma_0}{\partial B} \right)^2 \cdot m_B^2 + \left( \frac{\partial \gamma_0}{\partial H} \right)^2 \cdot m_H^2. \quad (9)$$

Подставив выражения (6) и (7) в формулу (9), найдем погрешность вычисления аномалии в свободном воздухе за счет ошибок геодезического обеспечения гравиметрической съемки

$$m_{\Delta g_{\text{св.в.}}}^2 = \gamma_e^2 \beta^2 \sin^2 2B \cdot m_B^2 + 0,09523 \cdot m_{H_M}^2. \quad (10)$$

Согласно принципу равного влияния погрешностей определения геодезической широты и нормальной высоты на точность вычисления аномалии в свободном воздухе [17], можно записать

$$\frac{m_{\Delta g_{\text{св.в.}}}^2}{2} = \gamma_e^2 \beta^2 \sin^2 2B \cdot m_B^2 + 0,09523 \cdot m_{H_M}^2, \quad (11)$$

или

$$m_{\Delta g_{\text{св.в.}}}^2 = 2 \cdot \gamma_e^2 \beta^2 \sin^2 2B \cdot m_B^2, \quad (12)$$

$$m_{\Delta g_{CB.B}}^2 = 0,19047 \cdot m_{H_M^Y}^2. \quad (13)$$

Отсюда

$$m_{H_M^Y} (M) = 2,291 \cdot m_{\Delta g_{CB.B}} (MГал). \quad (14)$$

С помощью формул (14) вычислены допустимые средние квадратические ошибки высот гравиметрических пунктов, значения которых приведены в табл. 1.

*Таблица 1*

Допустимые погрешности высот гравиметрических пунктов  
с учетом нормального поля

$m_{\Delta g_{CB.B}}$ , МГал	$m_{H_M^Y}$ , М
0,005	0,010
0,010	0,020
0,060	0,140

Формула (14) получена с учетом градиента нормальной силы тяжести по высоте. Анализируя приведенные в табл. 1 результаты вычисления допустимых погрешностей высотного обеспечения гравиметрических съемок, следует отметить отсутствие изменения в погрешности высоты  $m_H$  с изменением широты пункта наблюдения.

Рассмотрим вычисления допустимых погрешностей высотного обеспечения гравиметрических съемок с учетом неоднородности гравитационного поля на исследуемой территории.

## ***2. Определение допустимой погрешности высот гравиметрических пунктов в условиях неоднородного гравитационного поля***

Необходимые детальные сведения о неоднородности аномального гравитационного поля и особенности геометрии уровенных поверхностей и силовых линий гравитационного поля характеризует тензор градиентов аномалии силы тяжести (15) [2]:

$$\text{grad}(g) = \text{grad}(\text{grad}W) = \begin{pmatrix} W_{xx} & W_{xy} & W_{xz} \\ W_{yx} & W_{yy} & W_{yz} \\ W_{zx} & W_{yz} & W_{zz} \end{pmatrix}. \quad (15)$$

В матрице (15) вторая производная  $W_{zz}$  – вертикальный градиент гравитационного поля.

$$W_{zz} = \frac{\partial g}{\partial H}. \quad (16)$$

Используя вертикальный градиент гравитационного поля и значения среднеквадратической погрешности измерения аномалии силы тяжести  $m_g$ , которая задается требуемой точностью гравиметрической съемки с учетом точности гравиметрической аппаратуры, можно вычислить допустимые погрешности определения высот гравиметрических пунктов в районе съемки по формуле

$$m_{H^y} = \frac{1}{W_{zz}\sqrt{2}} \cdot m_{\Delta g_{CB.B}}. \quad (17)$$

Модельное значение силы тяжести вычислим с помощью рядов Фурье по системе сферических функций, в которых используются гармонические коэффициенты современных высокостепенных моделей геопотенциала [13] в следующем виде:

$$g = \frac{fM}{r^2} \sum_{n=0}^N (n+1) \left( \frac{a_e}{r} \right)^n \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \cdot \bar{P}_{nm}(\sin \varphi) - \omega^2 r \cos B. \quad (18)$$

где  $\varphi, \lambda, r$  – сферические координаты пункта;

$\bar{P}_{nm}(\sin \varphi)$  – нормированные присоединенные функции Лежандра;

$\bar{C}_{nm}$  – коэффициентов нормированных сферических функций реальных полей.

Вычислим вертикальный градиент силы тяжести как разность модельных значений силы тяжести на двух высотах  $H$  – высота рельефа и  $H + 1$  м.

### **3. Вычисления допустимых погрешностей высот гравиметрических пунктов**

Предварительный расчет допустимых погрешностей высот пунктов гравиметрической съемки на территорию Новосибирской области выполнен с учетом точностных характеристик гравиметров типа ГНУ-КВ и Scintrex.

Для вычислений допустимых погрешностей высотной привязки гравиметрической съемки выполним моделирование силы тяжести на двух высотных уровнях.

1. Вычисление цифровой модели силы тяжести в узлах регулярной сетки в геодезических координатах на исследуемую территорию на высоту рельефа  $H$ .

2. Вычисление цифровой модели силы тяжести в узлах регулярной сетки в геодезических координатах на исследуемую территорию на высоту рельефа  $H + 1$  м.

3. Преобразование геодезических координат в прямоугольную систему координат Гаусса – Крюгера.

Результаты вычисления допустимых погрешностей высот гравиметрических пунктов в условиях неоднородного гравитационного поля приведены в табл. 2.

Таблица 2

Допустимые погрешности высот гравиметрических пунктов с учетом неоднородности гравитационного поля

$m_{\Delta g_{CB.B}}$ , мГал	$m_{H_M^Y}$ , м
0,005	0,011–0,011
0,010	0,022–0,023
0,060	0,135–0,139

#### 4. Анализ результатов

Анализируя приведенные в табл. 1 и 2 результаты вычисления допустимых погрешностей высот гравиметрических пунктов на территории Новосибирской области, можно сделать следующие выводы:

– для обеспечения гравиметрической съемки со средней квадратической погрешностью  $m_{\Delta g_{CB.B}} = 0,005$  мГал допустимые погрешности высот гравиметрических пунктов не должны превышать 11 мм;

– для обеспечения гравиметрической съемки со средней квадратической погрешностью  $m_{\Delta g_{CB.B}} = 0,010$  мГал допустимые погрешности высот гравиметрических пунктов не должны превышать от 22 до 23 мм.

– для обеспечения гравиметрической съемки со средней квадратической погрешностью  $m_{\Delta g_{CB.B}} = 0,060$  мГал допустимые погрешности высот гравиметрических пунктов не должны превышать от 135 до 139 мм.

Вычисленные по формуле (14) с нормальным вертикальным градиентом равным 0,3086 мГал/метр значения допустимых погрешностей высот гравиметрических пунктов не должны превышать 10 мм для обеспечения гравиметрической съемки на территории Новосибирской области со средней квадратической погрешностью  $m_{\Delta g_{CB.B}} = 0,005$  мГал, 20 мм для обеспечения гравиметрической съемки со средней квадратической погрешностью  $m_{\Delta g_{CB.B}} = 0,01$  мГал и 140 мм при гравиметрической съемке со средней квадратической погрешностью  $m_{\Delta g_{CB.B}} = 0,06$  мГал.

Таким образом, расхождения в оценках допустимой погрешности определения высот для обеспечения гравиметрической съемки на территории Новосибирской области, при вычислении по формулам (14) и (17), незначительны. Это позволяет использовать формулу (14) для оценки допустимой погрешности высоты при проектировании гравиметрической съемки.

Полученные результаты говорят о том, что на точность гравитационной привязки при неоднородности гравитационного поля незначительны и лежат в интервале, в который попадает результат, полученный с учетом вертикального градиента нормальной силы тяжести.

### *Заключение*

В заключение выполненных исследований рекомендуется при оценке допустимых погрешностей определения высот точек гравиметрических пунктов на территории Новосибирской области использовать вертикальный градиент нормальной силы тяжести. Новосибирская область преимущественно имеет равнинный характер и слабоаномальное гравитационное поле. Для территорий с большим перепадом высот или высокой аномальностью гравитационного поля использование вертикального градиента нормальной силы тяжести требует дополнительных исследований.

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. К вопросу о необходимости учета неприливных изменений силы тяжести при деформационном мониторинге гидротехнических сооружений / В. Ф. Канушин, И. Г. Ганагина, Н. С. Косарев, Д. Н. Голдобин // Изв. вузов. Строительство. – 2017. – № 11–12 (707–708). – С. 72–80.
2. Определение допустимой погрешности планового положения пунктов гравиметрической съемки / Д. Н. Голдобин, В. Ф. Канушин, И. Г. Ганагина, Н. С. Косарев, Н. Н. Федотова // Интерэкспо ГЕО-Сибирь. XIV Междунар. науч. конгр. : Междунар. науч. конф. «Геодезия, геоинформатика, картография, маркшейдерия» : сб. материалов (Новосибирск, 23–27 апреля 2018 г.). – Новосибирск : СГУГиТ, 2018. – С. 146–153.
3. Результаты первого цикла геодезическо-гравиметрических наблюдений на Западно-Судорминском геодинамическом полигоне / И. Г. Ганагина, Д. Н. Голдобин, А. И. Каленицкий, Э. Л. Ким, В. А. Середович // ГЕО-Сибирь-2008. IV Междунар. науч. конгр. : сб. материалов в 5 т. (Новосибирск, 22–24 апреля 2008 г.). – Новосибирск : СГГА, 2008. Т. 1, ч. 2. – С. 45–49.
4. Детализация участков повышенной промышленной опасности Спорышевского месторождения углеводородов по результатам 1-го цикла натуральных геодезическо-гравиметрических измерений / И. Г. Ганагина, Д. Н. Голдобин, А. И. Каленицкий, Э. Л. Ким, В. А. Середович // ГЕО-Сибирь-2008. IV Междунар. науч. конгр. : сб. материалов в 5 т. (Новосибирск, 22–24 апреля 2008 г.). – Новосибирск : СГГА, 2008. Т. 1, ч. 2. – С. 50–54.
5. Определение разности потенциалов силы тяжести и высот в геодезии посредством гравиметрических и спутниковых измерений / В. Ф. Канушин, А. П. Карпик, Д. Н. Голдобин, И. Г. Ганагина, Е. Г. Гиенко, Н. С. Косарев // Вестник СГУГиТ. – 2015. – Вып. 3 (31). – С. 53–69.
6. Алексеев В. Ф. О. Методах определения допустимых погрешностей геодезического обеспечения гравиметрических съемок // Информация и космос. – 2009. – № 1. – С. 33–38.
7. Прихода А. Г., Байкалова Р. А. Высотное обоснование детальных гравиметрических съемок : метод. рекомендации. – Новосибирск : СНИИГГиМС, 1978. – 96 с.
8. Кашеев Р. А. Современные методы спутниковой гравиметрии : конспект лекций. – Казань : Казан. ун-т, 2015. – 45 с.
9. Огородова Л. В., Шимбирев Б. П., Юзефович А. П. Гравиметрия : учебник для вузов. – М. : Недра, 1978. – 325 с.

10. Исследование современных глобальных моделей гравитационного поля Земли : монография / В. Ф. Канушин, А. П. Карпик, И. Г. Ганагина, Д. Н. Голдобин, А. М. Косарева, Н. С. Косарев. – Новосибирск : СГУГиТ, 2015. – 270 с.
11. Hofman-Wellenhof B., Moritz H. Physical Geodesy. – Austria : Springer-Verlag Wien, 2005. – 397 с.
12. Moritz H. Advanced physical geodesy. – Wichmann, 1980. – 500 с.
13. International Centre for Global Earth Models (ICGEM) [Electronic resource]. – Mode of access: <http://icgem.gfz-potsdam.de>.
14. Evaluation of recent Earth's global gravity field models with terrestrial gravity data / A. P. Karpik, V. F. Kanushin, I. G. Ganagina, D. N. Goldobin, N. S. Kosarev, A. M. Kosareva // Contributions to Geophysics and Geodesy. – 2016. – Vol. 46, No. 1. – P. 1–11.
15. Сравнение спутниковых моделей проекта GOCE с различными наборами независимых наземных гравиметрических данных / В. Ф. Канушин, И. Г. Ганагина, Д. Н. Голдобин, Е. М. Мазурова, А. М. Косарева, Н. С. Косарев // Вестник СГУГиТ. – 2014. – Вып. 3 (27). – С. 21–35.
16. Современные глобальные модели квазигеоида: точностные характеристики и разрешающая способность / В. Ф. Канушин, И. Г. Ганагина, Д. Н. Голдобин, Е. М. Мазурова, Н. С. Косарев, А. М. Косарева // Вестник СГУГиТ. – 2017. – Т. 22, № 1. – С. 30–49.
17. Бурмистров Г. А. Основы способа наименьших квадратов. – 1963. – 390 с.

© Д. Н. Голдобин, В. Ф. Канушин, И. Г. Ганагина, Н. Н. Федотова, 2019